

Prof.dr Nihad Kapetanović
Gradjevinski fakultet Sarajevo

IZRAVNANJE ISPRUŽENIH POLIGONIH VLAKOVA ČIJE SU STRANE MJERENE ELEKTRONSKIM DALJINOMJEROM

UVODNA NAPOMENA

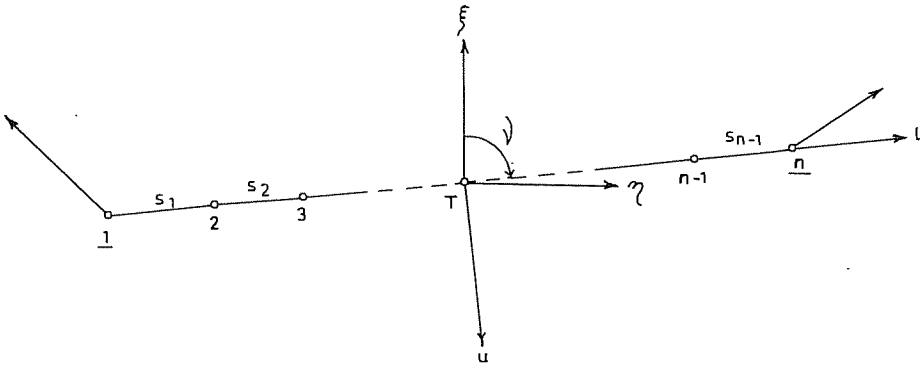
U radu "Izravnanje poligonog vlaka proizvoljnog oblika čije su strane mjerene elektronskim daljinomjerom" istog autora objavljenom u Geodetskom glasniku br.24, razradjeno je izravnanje poligonog vlaka proizvoljnog oblika čije su strane izmjerene elektronskim daljinomjerom i to strogom i prostom metodom.

Ovaj rad predstavlja nastavak navedenog rada i u njemu je razradjeno izravnanje ispruženog i ispruženog istostraničnog poligonog vlaka. Objе metode su stroge pod uslovom da se primijene na zaista ispružen odnosno ispružen istostraničan vlak.

3. IZRAVNANJE ISPRUŽENOG VLAKA

Posmatrajmo idealno ispružen vlak u kojem se sve tačke nalaze na dijagonali vlaka (sl.3). Postavimo pomoćni koordinatni sistem l, u kroz težište vlaka I , tako da os l tog sistema leži u pravcu strana, a os u okomito na taj pravac. Sistem l, u zarotiran je u odnosu na sistem ξ, η za ugao v . U sistemu l, u umjesto smjernjaka v_i figurišu smjernjaci $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_n = \phi = 0$, pa saglasno tome u jedn. (17) umjesto koordinata ξ_i figurišu koordinate l_i , umjesto koordinata η_i figurišu koordinate $u_i = 0$, dok umjesto slobodnih članova w_η i

w_{ξ} figuriraju slobodni članovi w_u^+ i w_{ℓ}^+ , tako da jedn. (17) primaju izqled



S1.3.

$$\begin{aligned}
 [v_{\beta}^+] &+ w_{\beta}^+ = 0 \\
 -\frac{1}{\rho^n} [\ell v_{\beta}] &+ w_u^+ = 0 \\
 [v_s] &+ w_{\ell}^+ = 0
 \end{aligned} \tag{32}$$

pri čemu je (s1.4)

$$\ell_i = L_i - \frac{[L]}{n} \quad (i=1,2,\dots,n) \tag{33}$$

gdje je (s1.4)

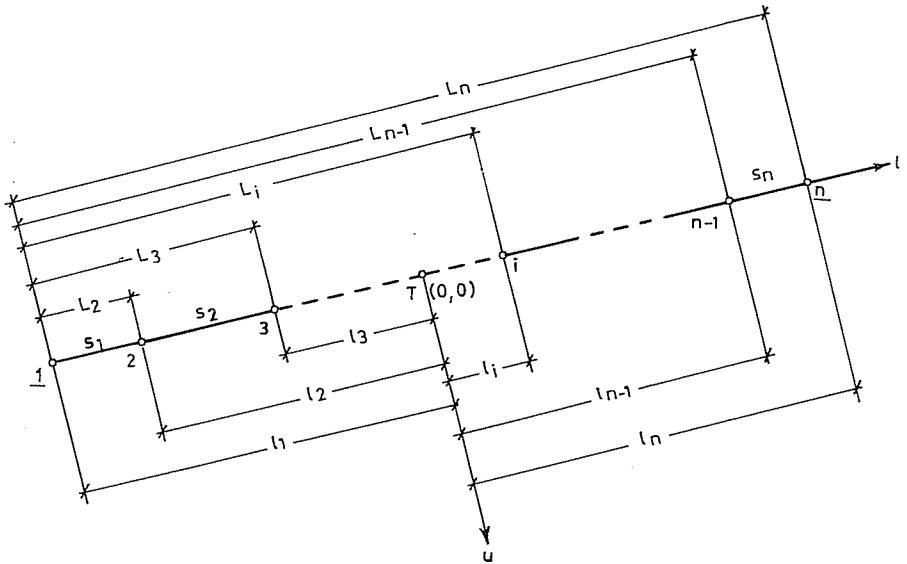
$$\begin{aligned}
 L_1 &= 0 \\
 L_2 &= s_1 \\
 L_3 &= s_1 + s_2 \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

tj.

$$L_i = \sum_{j=1}^{i-1} s_j, \quad (34)$$

a

$$[\varrho] = L - n \frac{[L]}{n} = 0 \quad (33a)$$



Sl. 4.

Slobodni članovi w_u^- i w_l^- dobivaju se tako što se u jedn. (17a) odstupanje $w_y = -f_y$ po y -osi, odnosno odstupanje $w_x = -f_x$ po x -osi zamjenjuju odstupanjem $w_u = -f_u$ po u -osi, odnosno odstupanjem $w_l = -f_l$ po l -osi, koordinata ξ_n zamjenjuje se sa l_n , dok se η_n zamjenjuje sa $u_n = 0$, tako da umjesto jedn. (17a) imamo

$$w_u^- = w_u - l_n \frac{w_{\beta}''}{\rho''} = -f_u + l_n \frac{f_{\beta}''}{\rho''} \quad (35)$$

$$w_l^- = w_l = -f_l$$

pri čemu se poprečno odstupanje f_u i uzdužno odstupanje f_ℓ računaju po poznatim formulama

$$f_u = \frac{f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]}{\sqrt{[\Delta y]^2 + [\Delta x]^2}}; \quad f_\ell = \frac{f_y [\Delta y] + f_x [\Delta x]}{\sqrt{[\Delta y]^2 + [\Delta x]^2}} \quad (36)$$

Jedn. (32) u matricnom obliku glase

$$AV + W = 0 \quad (32M)$$

gdje su

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{\ell_1}{\rho^{II}} & -\frac{\ell_2}{\rho^{II}} & & -\frac{\ell_n}{\rho^{II}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$V = \begin{pmatrix} v_{\beta_1}^{II} & v_{\beta_2}^{II} & \dots & v_{\beta_n}^{II} & v_{s_1} & v_{s_2} & \dots & v_{s_{n-1}} \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} w_{\beta}^{II} & s_u & w_\ell \end{pmatrix}$$

Ovim jednadžbama odgovaraju normalne

$$AP^{-1}A^*K+W = 0 \quad \text{ili} \quad NK+W = 0 \quad (38)$$

pri čemu, s obzirom na jedn. (37), (21) i (33a), elementi matrice $N=AP^{-1}A^*$ imaju slijedeće vrijednosti

$$\begin{aligned} \left[\frac{aa}{p} \right] &= n; & \left[\frac{ab}{p} \right] &= \frac{[\ell]}{\rho^{II}} = 0; & \left[\frac{ac}{p} \right] &= 0 \\ \left[\frac{bb}{p} \right] &= \frac{[\ell\ell]}{\rho^{II2}}; & \left[\frac{bc}{p} \right] &= n; & \left[\frac{cc}{p} \right] &= \frac{n-1}{p_s} \end{aligned} \quad (39)$$

tako da normalne jednadžbe glase

$$\begin{aligned} n k_1 + w_{\beta}'' &= 0 \\ \frac{[\ell\ell]}{\rho''^2} k_2 + w_u^- &= 0 \\ \frac{n-1}{p_s} k_3 + w_{\ell} &= 0 \end{aligned} \quad (40)$$

Odakle su korelate

$$k_1 = -\frac{w_{\beta}''}{n}; \quad k_2 = -\frac{w_u^-}{[\ell\ell]} \rho''^2; \quad k_3 = -\frac{w_{\ell} p_s}{n-1} \quad (41)$$

Nakon iznalaženja korelata mogu se sračunati popravke mjenjenih veličina

$$\begin{aligned} v_{\beta}'' &= k_1 - \frac{\ell_i}{\rho''} k_2 = -\frac{w_{\beta}''}{n} + \frac{w_u^-}{[\ell\ell]} \ell_i \rho'' \\ v_{s_i} &= k_3 \frac{1}{p_s} = -\frac{w_{\ell} p_s}{n-1} \frac{1}{p_s} = -\frac{w_{\ell}}{n-1} \end{aligned} \quad (42)$$

Popravke smjernjaka i koordinatnih razlika dobićemo kada jedn. (42) uvrstimo u jedn. (8)

$$\begin{aligned} v_{\nu}'' &= \sum_{j=1}^i \left(-\frac{w_{\beta}''}{n} + \frac{w_u^-}{[\ell\ell]} \ell_j \rho'' \right) = -\frac{w_{\beta}''}{n} i + \rho'' \frac{w_u^-}{[\ell\ell]} \sum_{j=1}^i \ell_j \\ v_{\Delta y_i} &= -\sin \nu_i \frac{w_{\ell}}{n-1} + \Delta x_i \frac{v_{\nu}''}{\rho} \\ v_{\Delta x_i} &= -\cos \nu_i \frac{w_{\ell}}{n-1} - \Delta y_i \frac{v_{\nu}''}{\rho} \end{aligned} \quad (43)$$

Redoslijed računanja:

1. Iz mjerenih podataka sračunati privremene smjernjake i koordinatne razlike po formulama (6), te slobodne članove w_{β}'' , w_y i w_x po formulama (10a),
2. Sračunati koordinate l u sistemu l, u po formulama (34) i (33), te kontrolisati po formuli (33a), pa sračunati slobodne članove w_u' i w_l po formulama (36) i (35),
3. Sračunati popravke koordinatnih razlika po formulama (43) i kontrolisati ih po formuli (30),
4. Sračunati definitivne koordinatne razlike po drugoj i trećoj jednadžbi sistema (9) i kontrolisati ih po formulama (31),
5. Sračunati definitivne koordinate poligonih tačaka.

4. IZRAVNANJE ISPRUŽENOG ISTOSTRANIČNOG VLAKA

U ovom slučaju je

$$s_1 = s_2 = \dots = s_{n-1} = s,$$

pa je (sl.4)

$$L_1 = 0$$

$$L_2 = s$$

$$L_3 = s+s = 2s$$

.....

tj.

$$L_i = (i-1)s$$

(44)

Pošto je

$$[L] = s+2s+\dots+(n-1)s = \{1+2+\dots+(n-1)\} s = \frac{n(n-1)}{2} s$$

to je

$$\frac{[L]}{n} = \frac{n-1}{2} s \quad (45)$$

a

$$l_i = L_i - \frac{[L]}{n}$$

s obzirom na jedn. (44) i (45)

$$l_i = (i-1 - \frac{n-1}{2}) s = (i - \frac{n+1}{2}) s \quad (46)$$

pa je

$$[ll] = \sum_{i=1}^n (i - \frac{n+1}{2})^2 s^2 = \{ (1 - \frac{n+1}{2})^2 + (2 - \frac{n+1}{2})^2 + \dots + (n - \frac{n+1}{2})^2 \} s^2$$

odakle je

$$[ll] = \frac{n(n+1)(n-1)}{12} s^2 \quad (47)$$

S obzirom na jedn. (46) imamo

$$\sum_{i=1}^j l_i = \sum_{i=1}^j (i - \frac{n+1}{2}) s = (\sum_{i=1}^j i - j \frac{n+1}{2}) s = (\frac{j(j+1)}{2} - \frac{j(n+1)}{2}) s,$$

tj.

$$\sum_{i=1}^n l_i = \frac{j(j-n)}{2} s \quad (48)$$

Ako jedn. (47) i (48) uvrstimo u jedn. (43) dobićemo popravku j-tog smjernjaka

$$v_{Vj}'' = \sum_{i=1}^j - \frac{w_{\beta}''}{n} + \frac{12 w_u' \rho''}{n(n+1)(n-1)s^2} \frac{j(j-n)}{2} s$$

ili

$$v_{Vj}'' = -j \frac{w_{\beta}''}{n} - \frac{6 w_u' \rho''}{n(n+1)(n-1)s} j(n-j)$$

i s obzirom da je $(n-1)s = [s]$

$$v_{Vj}'' = -\left(j \frac{w_{\beta}''}{n} + a_j \frac{w_u'}{s} \rho''\right) \quad (49)$$

gdje je

$$a_j = \frac{6j(n-j)}{n(n+1)} \quad (49a)$$

poznati koeficijent težine koji zavisi od broja strana u vlaku i rednog broja pojedine strane u vlaku. Za ovaj koeficijent sračunate su i odgovarajuće tablice (Tablica 16 u Pravilniku za državni premer II i III deo).

Popravke pojedinih koordinatnih razlika dobićemo kada jedn. (49) uvrstimo u drugu i treću jednadžbu sistema (43)

$$\begin{aligned} v_{\Delta y_i} &= -\sin v_i \frac{w_{\rho}}{n-1} - \Delta x_i \left(i \frac{w_{\beta}''}{n\rho''} + a_i \frac{w_u'}{[s]} \right) \\ v_{\Delta x_i} &= -\cos v_i \frac{w_{\rho}}{n-1} + \Delta y_i \left(i \frac{w_{\beta}''}{n\rho''} + a_i \frac{w_u'}{[s]} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

Redoslijed računanja:

1. Iz mjerenih podataka sračunati privremene smjernjake i koordinatne razlike po formulama (6), te slobodne članove

- w''_{β} , w_y i w_x po formulama (10a),
2. Sračunati slobodne članove w'_u i w'_l po formulama (36) i (35),
 3. Sračunati popravke koordinatnih razlika po formulama (50) i kontrolisati ih po formulama (30),
 4. Sračunati definitivne koordinatne razlike po drugoj i trećoj jednadžbi sistema (9) i kontrolisati ih po formulama (31),
 5. Sračunati definitivne koordinate poligonih tačaka.

L I T E R A T U R A

- [1] Janković, M.: Inženjerska geodezija, prvi dio, Tehnička knjiga, Zagreb.
- [2] Janković, M.: Poligonometrija, Tehnička knjiga, Zagreb 1951.
- [3] Kapetanović, N.: Izravnanje poligonog vlaka proizvoljnog oblika čije su strane mjerene elektronskim daljinomjerom "Geodetski glasnik", Sarajevo, br.24/1987.
- [4] Mihailović, S.: Geodezija II, II deo, Naučna knjiga, Beograd.
- [5] Pašalić S.: Račun izravnanja, Gradjevinski fakultet u Sarajevu, 1984.
- [6] Savezna geodetska uprava: Pravilnik za državni premer II i III deo, Beograd 1958.

REZIME

U radu su izvedene formule za izravnanje ispruženog i ispruženog istostraničnog vlaka čije su strane izmjerene elektronskim daljinomjerom. Izravnanje vlaka proizvoljnog oblika čije su strane mjerene elektronskim daljinomjerom razrađeno je u radu navedenom u literaturi pod r.br.3.