

Eldin Djonlagić, dipl.inž.geodezije  
Gradjevinski fakultet, Sarajevo

## ODREĐIVANJE ASTRONOMSKIH LATITUDA NA TAČKAMA LOKALNOG PROFILA GEOIDA NA PODRUČJU SARAJEVA

### UVOD

Na području grada Sarajeva u periodu 1985-1988.god. vršeno je određivanje profila lokalnog geoida duž meridijana. Obzirom da se radilo o meridijanskom profilu bilo je dovoljno na odabranim tačkama izvršiti određivanje astronomskih latituda, kako bi se kasnije, pomoću odstupanja vertikalna došlo do profila samog geoida.

### 1. INSTRUMENT I PRIBOR

Za opažanja je korišten instrument THEO 010 A koji je prilagodjen radnim uslovima.

Instrument je opremljen tzv. kompenzacionim uredjajem za dovodenje indeksa vert.kruga u horizontalan položaj, te je u prednosti nad instrumentima iste klase kod kojih se indeks horizontiše pomoću libele, kako zbog lošeg uticaja temperaturnih promjena na libelu, tako i zbog dosta dugog vremenskog perioda potrebnog za umirenje libele.

Obzirom da ni kompenzator nije imun na promjene temperature instrument je termički izolovan po preporuci prof. dr Vladete Milovanovića, a za vrijeme opažanja postavljena su platna oko stанице, kako bi se smanjio uticaj vazdušnih strujanja.

Za registraciju vremena korištena je štopericna

"HEUER Microsplit" čije je stanje tokom rada bilo određivano putem radio-signala UTC vremena.

Korišten je još zvjezdani hronometar "NARDIN", par termometara i aneroid.

## 2. PRINCIP ODREĐIVANJA LATITUDE MJERENJEM ZENITSKIH ODSTOJANJA

Iz osnovnog sfernog trougla PZ $\delta$  imamo jednačinu:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

Diferenciranjem jednačine i analizom zaključujemo da su najpovoljniji uslovi za određivanje nepoznate  $\varphi$  kada je nebesko tijelo u meridijanu.

Dakle, vršićemo određivanje latitude mjerenjem zenitskih odstojanja nebeskih tijela u meridijanu.

Ukoliko mjerimo zenitska odstojanja para zvijezda u meridijanu od kojih je jedna južna, a druga sjeverna, usrednjavanjem tako određenih latituda dolazi do eliminacije konstantnog dijela greške mjereneih zenitskih odstojanja.

Naime, mjerenjem zenitskih odstojanja para zvijezda dobiju se dvije vrijednosti za širinu:

$$\varphi_s = z_s + \delta_s \quad \text{i} \quad \varphi_N = \delta_N - z_N$$

Pošto mjerena nikad ne možemo vršiti tačno u meridijanu, već u njegovoj blizini, potrebno je mjerene veličine redukovati na meridijan, kao i popraviti ih za astronomsku refrakciju. Onda imamo:

$$\varphi_s' = z_s' + \rho_s - r_s + \delta_s \quad \text{i} \quad \varphi_N' = \delta_N - z_N' - \rho_N + r_N, \quad \text{gdje su:}$$

$z'_{s,N}$  - mjerena zenitska odstojanja

$\rho_{s,N}$  - astronomска refrakcija

$r_{s,N}$  - redukcija mjerenih zenitskih odstojanja na meridijan

$\delta_{s,N}$  - deklinacije zvijezda

Tako će izraz za određivanje širine iz jednog parazvijezda glasiti:

$$\varphi = \frac{\varphi_s + \varphi_N}{2} = \frac{\delta_s + \delta_N}{2} + \frac{z_s - z_N}{2} + \frac{\rho_s - \rho_N}{2} - \frac{r_s - r_N}{2}$$

Prilikom računanja astronomске refrakcije uslijed anomalnih refrakcija grijemo za neku malu veličinu  $\Delta\rho$ . Međutim, ova se greška eliminiše, tim više, što su manje razlike između zenitskih odstojanja južne i sjeverne zvijezde, o čemu vodimo računa prilikom izbora parova zvijezda.

### 3. IZBOR PAROVA ZVIJEZDA

Prilikom izbora parova za opažanje usvojen je slijedeći kriterij:

1. Da zenitska odstojanja zvijezda budu manja od  $45^\circ$ , a da razlika zenitskih odstojanja u paru ne bude veća od  $6^\circ$ .
2. Da razlika rektascenzija opažanih zvijezda bude:  
 $2.5 \text{ min.} < \Delta\alpha < 10 \text{ min.}$  kako bi se opažanja odvijala kontinuirano.
3. Da najveća razlika magnituda  $\Delta m$  zvijezda u paru bude  $\Delta m \leq 2$ .

4. Da magnitudo  $m$  budu u intervalu  $2 \leq m \leq 7$ .

Opažački program napravljen je uz upotrebu kataloga FK 4 u slijedećem obliku:

PAR	br.zv.	N(s)	M	R.A. h m s	Z. °
125	1135	S	5.12	4 50 23	25 03
	178	N	4.38	4 52 51	22 27
126	181	S	2,90	4 55 53	10 44
	182	N	4.22	5 01 54	16 33
127	185	S	3.28	5 05 19	2 39
	193	N	0.21	5 15 26	2 07

Ovakav program omogućava opažanja tokom cijele godine u bilo kojem trenutku, dakle omogućava neprekidan rad.

#### 4. OCJENA TAČNOSTI A PRIORI.

Teoretsku tačnost određivanja širine iz opažanja jednog para možemo dobiti iz izraza:

$$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{2}(m_g^2 + \frac{b_o^2}{n_u^2} + m_k^2 + m_{LP}^2 + m_{CL}^2 + m_{CD}^2 + m_{DP}^2), \quad \text{gdje je :}$$

$m_g$  = srednja greška deklinacije,

$\frac{b_o}{u}$  = srednja greška viziranja,

$n$  = broj poentiranja,

$m_k$  = srednja greška kompenzatora za indeks vertikalnog limba,

$m_{LP}$  = srednja greška podjele vertikalnog limba,

$m_{\bar{C}L}$  = srednja greška koincidiranja limbove podjele,

$m_{\bar{C}D}$  = srednja greška čitanja doboša mikrometra i

$m_p$  = srednja greška refrakcije.

Uticaj savijanja durbina nije uzet u obzir jer se može smatrati zanemarljivim obzirom na metodologiju rada i izbor parova.

Ako uzmem da je :

$$m_g = \pm 0''1, \quad \frac{b_o}{u} = \frac{60''}{30}, \quad n=5,$$

$$m_k = \pm 0''1, \quad m_{LP} = \pm 0''3, \quad m_{\bar{C}L} = \pm 0''15,$$

$$m_{\bar{C}D} = \pm 0''1, \quad m_p = \pm 0''1, \quad \text{dobićemo}$$

$$m_\varphi = \pm 0''63.$$

Dakle, ako želimo tačnost od napr.  $\pm 0''22$  potrebno je opažati osam parova zvijezda.

## 5. OPAŽANJA I OBRADA PODATAKA SA OCJENOM TAČNOSTI

Opažanja su vršena sa jednodjelnog drvenog tronošca na koji je postavljan instrument jedan sat prije početka opažanja zbog adaptiranja prema spoljnim uslovima. Nakon temperiranja instrumenta vršeno je dovodjenje durbina u meridijan datog stajališta pomoću  $\alpha$ UM<sub>i</sub>.

Upotrebom opažačkog programa i korištenjem zvjezdarnog časovnika zauzimani su elementi za opažanje nebeskog ti-

jela, a prilikom "prolaza kroz meridijan" vršeno je, obično po pet poentiranja, po mogućnosti, simetrično rasporedjenih u odnosu na meridijan. Trenuci prolaza zvijezda kroz vertikalni konac registrovani su pomoću ručnog kontakta štoperice i zapisivani u obrazac.

Opažano je osam profilnih tačaka u osam večeri, a opažanja su bila rasporedjena u dvije ili tri grupe koje su se sastojale od, prosječno, osam parova zvijezda.

Obrada podataka vršena je džepnim računarom TEXAS TI 59S uz odgovarajuće programe tako što je sračunata širina svakog para kao aritmetička sredina širina sjeverne i južne zvijezde.

Usrednjavanjem svih širina pojedinih grupa dobijene su srednje vrijednosti širine grupa, a usrednjavanjem širina svih parova opažane tačke dobijena je definitivna vrijednost širine stajališta.

U slijedećoj tabeli dat je pregled latituda po grupama za jednu opažanu tačku.

#### Tačka "STOJČEVAC"

Y = 6 523 474.22	B = 43 $^{\circ}$ 48' 38.3916"
X = 4 851 850.84	L = 18 17 30.5218
H = 509.34	C = 0 12 07.2559

Datum opažanja: 17/18.10.1986.god.



U narednoj tabeli dat je pregled svih opažanih tačaka sa ocjenom tačnosti

Tačka	Datum opažanja	Gru-pā	Br. pa-rova	$m_{\text{og}}$	$m_{\text{o}}$	$\Delta$	$M_g$	$M$
Crni vrh	17.08. 1985.	1 2	6 5	$\pm 0,87$ $\pm 0,55$	$\pm 0,50$	-0,05 0,07	$\pm 0,36$ $\pm 0,25$	$\pm 0,15$
Glavnjatac	6.10. 1985.	1 2 3	7 8 7	$\pm 1,04$ $\pm 0,56$ $\pm 0,65$	$\pm 0,75$	0,27 -0,13 -0,12	$\pm 0,39$ $\pm 0,20$ $\pm 0,25$	$\pm 0,16$
Bijele vode	16.10. 1986.	1 2	9 9	$\pm 0,33$ $\pm 0,43$	$\pm 0,47$	0,28 -0,28	$\pm 0,11$ $\pm 0,15$	$\pm 0,11$
Stojčevac	17.10. 1986.	1 2	8 9	$\pm 0,28$ $\pm 0,48$	$\pm 0,41$	-0,13 0,11	$\pm 0,10$ $\pm 0,16$	$\pm 0,10$
Vrelo Bosne	23.09. 1985.	1 2	9 8	$\pm 0,52$ $\pm 0,64$	$\pm 0,76$	-0,11 0,36	$\pm 0,17$ $\pm 0,22$	$\pm 0,18$
Autokamp	16.9. 1985.	1 2	9 9	$\pm 0,75$ $\pm 1,08$	$\pm 0,93$	0,29 -0,27	$\pm 0,25$ $\pm 0,36$	$\pm 0,22$
Zabosna	24.09. 1986.	1 2	9 9	$\pm 0,50$ $\pm 0,54$	$\pm 0,51$	0,03 -0,04	$\pm 0,16$ $\pm 0,18$	$\pm 0,12$
Sastavci	14.10. 1986.	1 2	8 8	$\pm 1,11$ $\pm 0,86$	$\pm 0,99$	-0,24 0,24	$\pm 0,39$ $\pm 0,30$	$\pm 0,25$

gdje su:

$m_{\text{og}}$  = srednja greška jednog para grupe

$m_{\text{o}}$  = srednja greška jednog para

$\Delta$  = odstupanje vrijednosti širine pojedinih grupa od definitične vrijednosti

$M_g$  = srednja greška odredjene širine iz jedne grupe

$M$  = srednja greška odredjene širine (svi parovi)

Iz tabele vidimo da grupa prosječno broji osam parova, a da je prosječna srednja greška širine jedne grupe  $\pm 0,23$ , što je blisko unaprijed proračunatoj tačnosti od  $\pm 0,22$  za isti broj parova.

Ako se uzmu prosječne srednje greške širine stanice dobijene iz svih parova dobijemo vrijednost  $\pm 0,16$ , što u potpunosti zadovoljava kriterij o tačnosti određivanja geoidnih tačaka.

## 6. ZAKLJUČAK

U periodu 1985.-1988.god. izvršeno je određivanje astronomskih latituda na osam tačaka meridijskog profila lokalnog geoida na području Sarajeva korištenjem instrumenta THEO 010 A. Opažana su zenitska odstojanja parova zbijezda u istom položaju durbina pri prolazu kroz meridijan.

Za opažanje jedne profilne tačke, uz povoljne meteo-uslove, dovoljna je jedna noć. Opažanjem više od dvije grupe, odnosno više od 16 parova iste noći dolazi do zamora opažača, tako da nije svršishodno opažati veći broj parova.

Iz prethodne tabele vidimo da pojedine srednje greške širine grupe odstupaju do 75% od predviđene greške, ali mislim da je ta odstupanja moguće smanjiti kvalitetnijom zaštitom instrumenta od atmosferskih uticaja, prije svega uticaja vjetra.

Instrumentom THEO 010 A mogu se uspješno vršiti određivanja astronomske latitude u svrhu određivanja oblika geoida sa aspekta potrebne tačnosti.

## LITERATURA

- [ 1 ] Astronomisches rechen-Institut:  
Apparent places of fundamental stars, Heidelberg,  
1985, 1986.
- [ 2 ] Milovanović, S.V.:  
Metode odredjivanja pravca vertikale. Umniožena predava-  
nja
- [ 3 ] Muminagić, A.:  
Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji. Disertacija,  
Bgd. 1971.
- [ 4 ] Österreichische Kommission für die Internationale  
Erdmessung:  
Das geoid in Österreich. Graz 1983.
- [ 5 ] Savez geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije:  
Savjetovanje Osnovni geodetski radovi i oprema za nji-  
hovo izvodjenje. Zbornik radova, Struga 1987. god.

## REZIME

U radu je dat prikaz odredjivanja astronomskih lati-  
tuda na tačkama lokalnog profila geoida na području Sarajeva  
uz upotrebu instrumenta THEO 010 A sa odgovarajućom opremom.  
Izvršena je analiza dobijenih rezultata obzirom na zahtjeva-  
nu i postignutu tačnost, kao i efikasnost i udobnost pri ra-  
du.