Prof.dr Smail Pašalić
Gradjevinski fakultet, Sarajevo

GRAFIČKI PRIKAZ IZRAVNANJA MREŽE POMOĆU JEDNOSTRUKOG I DVOSTRUKOG MINIMUMA

1.UVOD

O nepotrebnosti i pogrešnosti metode dvostrukog minimuma ili metode minimalnog traga, a što je u suštini Mitermayerova metoda bilo je govora u radovima [1], [2], [3] i [4]. Ovdje će ova metoda biti prikazana grafički i uporedjena sa standardnom metodom, odnosno metodom jednog minimuma ([pvv] = min.). Ustvari, metoda dvostrukog minimuma proizilazi iz metode jednog minimuma i to tako da se mreža nakon izravnanja pod uslovom [pvv] = min. transformiše Helmertovom transformacijom u mrežu približnih koordinata. To znači da je mreža zadržala svoj oblik pa prema tome dovde nema nikakve greške samo ima nepotrebnog, odnosno dodatnog posla. Pogrešnost nastaje pri ocjenjivanju tačnosti izravnatih koordinata.

2. DOKAZ DA SU PRIBLIŽNE KOORDINATE JEDNAKE ISTINITIM VRIJEDNOSTIMA

Kao što je poznato iz metode dvostrukog minimuma slijedi da je korelaciona matrica jednaka:

$$Q = B(BB)^{-1}B(BB)^{-1}B \tag{1}$$

gdje je matrica B matrica koeficijenata normalnih jednačina.

Kada se slobodna mreža izravna metodom jednog minimuma ([pvv] = min) i dobije rješenja X pa se Helmertovom transformacijom uklopi u mrežu približnih koordinata X_0 za koje se pretpostavi da su istinite vrijednosti (bespogrešne) a to znači da je $Q_{x_o}=0$, dobija se slijedeća korelaciona matrica:

$$Q_{x'} = [E-A(A*A)^{-1}A*]\,Q_x\,[E-A(A*A)^{-1}A*] \qquad (2)$$

Autori radova [2,str.53] i [3,str.9 i 10] su pokazali da su korelacione matrice (1) i (2) jednake ($Q=Q_{x'}$).

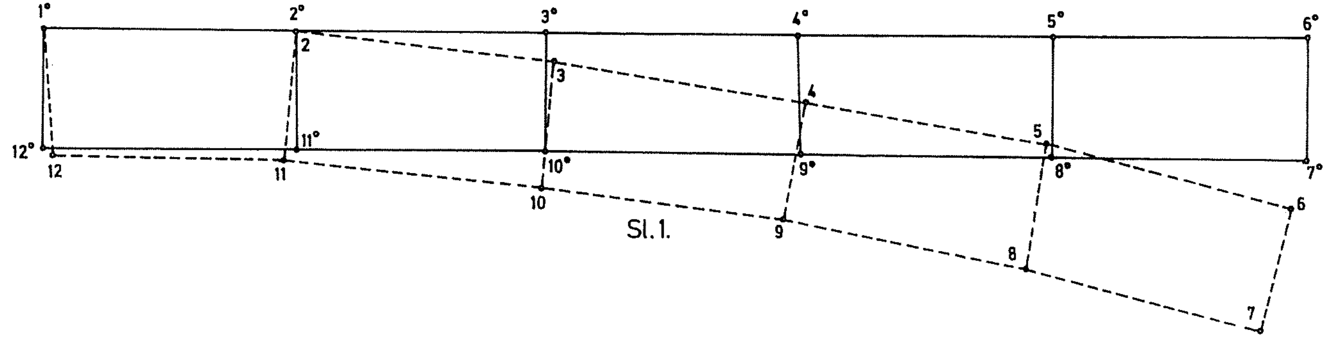
Prema tome slijedi da metoda dvostrukog minimuma podrazumijeva da su približne koordinate jednake istinitim vrijednostima, tj. da i u (1) mora biti $Q_{x_o}=0$.

3. GRAFIČKI PRIKAZ METODA

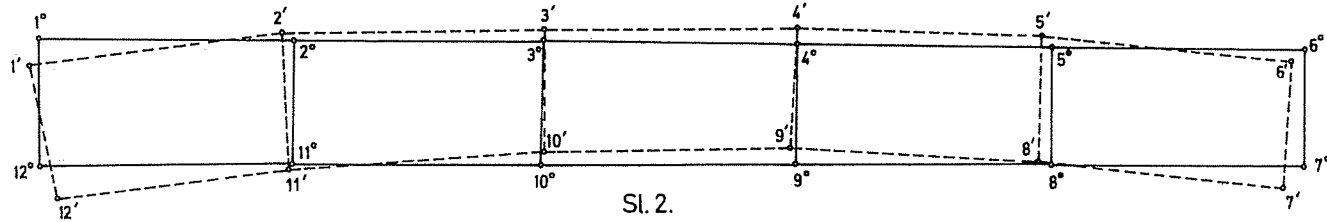
Ovdje ćemo poći od jedne mreže kojoj su za približne vrijednosti usvojene istinite vrijednosti. Ovo moramo uraditi da bi bili u skladu sa metodom dvostrukog minimuma, odnosno onim što je rečeno u prethodnom odjeljku. Sa druge strane imamo pravo za približne vrijednosti uzeti svake vrijednosti u okolišu izravnatih koordinata pa prema tome i istinite vrijednosti.

Istiniti položaj tačaka označićemo sa $1^o, 2^o, \ldots, 12^o$, izravnati pod uslovom jednog minimuma sa 1,2,...,12 i izravnati pod uslovom dvostrukog minimuma sa 1',2',...,12'.

Slika 1. prikazuje mrežu nakon izravnanja pod uslovom [pvv] = minimum (jedan minimum). Ova mreža je oslonjena na tačku 1^o i 2^o i što idemo dalje od ovih tačaka sve više rastu položajne greške tačaka što je i normalno očekivati.



Sl. 1.



Sl. 2.

LEGENDA:

——————— Istiniti položaj mreže sl.1. i sl.2.

- - - - - - - - - Položaj mreže nakon izravnanja i to:

sl.1. pod uslovom [pvv] = minimum

sl.2. pod uslovom dvostrukog minimuma

Slika 2. prikazuje mrežu nakon izravnanja pod uslovima [pvv] = min. i [ΔxΔx] = min. (dvostruki minimum). Ova mreža oslonjena je na sve tačke 1^o, 2^o,...,12^o čije koordinate kroz matematsku proceduru djeluju kao istinite (bezpogrešne) vrijednosti, inače to su prividno približne koordinate. Usljed toga greške koordinata ovako izravnate mreže su reda veličine kao da je svaka tačka izravnata u odnosu na najbliže okolne tačke.

Položaj mreže nakon izravnanja na slici 2. dobijen je tako što je pomoću pausa prekopiran položaj mreže nakon izravnanja sa slike 1, pa translacijom i rotacijom podešavan tako da bude najmanje rastojanje tačaka 1^o,2^o,...,12^o i 1',2',...,12'.

Na ovaj način je ustvari grafički izvršena Holmertova transformacija izravnate mreže pod uslovom [pvv] = min. u mrežu približnih, odnosno (za ocjenu tačnosti) istinitih koordinata.

Rastojanja tačaka 1^o,2^o,...,12^o i odgovarajućih 1', 2',...,12' na slici 2 grafički ilustruje minimalan trag korelacione matrice $Q_{x'}$.

3. ZAKLJUČAK

Bilo koja teorija mora da se oslanja na nešto što smo na početku usvojili , odnosno definisali i sve dok smo u krugu ovih pretpostavki ili definicija naša teorija je ispravna. Ovo vrijedi za matematiku kao filozofsku (apstraktnu)nauku. Medjutim, kod inženjerstva ove pretpostavke moraju imati i praktičnog smisla, tj. moraju se odnositi na neku konkretnu situaciju koja vodi praktično smisaonim rješenjima. U slučaju metode dvostrukog minimuma ovaj princip nije poštovan, jer kako je prethodno izloženo uvedena je indirektno pretpostavka da su nam poznate istinite vrijednosti koordinata. Takva pretpostavka sa geodetskog stanovišta nema smisla, jer ako bi imali istinite koordinate u čitavoj mreži onda nam ništa drugo ne bi trebalo, to je ono najbolje što možemo zamisliti da imamo u jednoj mreži.

Slika 2 pokazuje da se greške koordinata izravnate mreže ne oslanjaju praktično ni na šta, one su ustvari geodetski nedefinisane, što je još gore, one su manje od njihovih stvarnih vrijednosti i sigurno će nas,kod praktične primjene,odvesti na krivi put.

LITERATURA

[1] Pašalić, S.:
Koordinatni sistem i srednje greške. Savjetovanje inženjerska geodezija, Priština, 1988.

[2] Stevanović, J.:
Dileme u vezi sa izravnanjem i ocjenom tačnosti slobodnih geodetskih mreža. Geodetski list 1987, 1-3, 35-60.

[3] Mihailović, K.:
Ocjena tačnosti pri Helmertovoj transformaciji. Geodetska služba. Beograd, 1984.

[4] Pašalić, S.:
Srednje greške koordinata tačaka geodetskih mreža i njihov praktični smisao. Geodetski glasnik, Sarajevo, 1987.

[5] Pašalić, S.:
Jedna metoda izravnanja slobodne triangulacione mreže. Geodetski list, 1984. 4-6, 69-76.