

doc.dr Njegoslav Vukotić
Šeho Zimić, dipl. inž. geod.
Andja Zimić, dipl. inž. geod.
Gradjevinski fakultet - Sarajevo.

PRIMJENA TRIGONOMETRIJSKOG NIVELMANA U ODREĐIVANJU VISINA GRADSKÉ POLIGONSKE MREŽE

U V O D

Brzo i precizno mjerenje dužina, koje omogućuju savremeni elektronski daljinomjeri, iniciralo je novi pristup određivanju visinskih razlika putem trigonometrijskog nivelmana. Neka ispitivanja u svijetu i kod nas pokazuju da se tačnost trigonometrijskog nivelmana približava tačnosti preciznog geometrijskog nivelmana. Ovo je od velike važnosti za inženjersku geodeziju gdje se traži visoka tačnost određivanja visina na terenima i objektima na kojima je primjena geometrijskog nivelmana praktično nemoguća ili veoma otežana. Nagutost terena ne utiče bitno na tačnost i brzinu određivanja visinske razlike trigonometrijskim putem.

Sve ovo upućuje na razmišljanje o potrebi uvođenja (savremenog) trigonometrijskog nivelmana u svim geodetskim radovima gdje je to moguće.

U radovima premjera trigonometrijski nivelman ne uživa dovoljno povjerenja. Kod gradskih poligonskih mreža koristi se u padinskim dijelovima terena, dok se u ravničastom dijelu terena poligonske tačke nivelaju "dopunskim geometrijskim nivelmanom". Medjutim, trigonometrijski nivelman može dati zahtjevanu tačnost u svim terenima uz sadašnju tehnologiju rada i pažnju opažača na neke karakteristične elemente

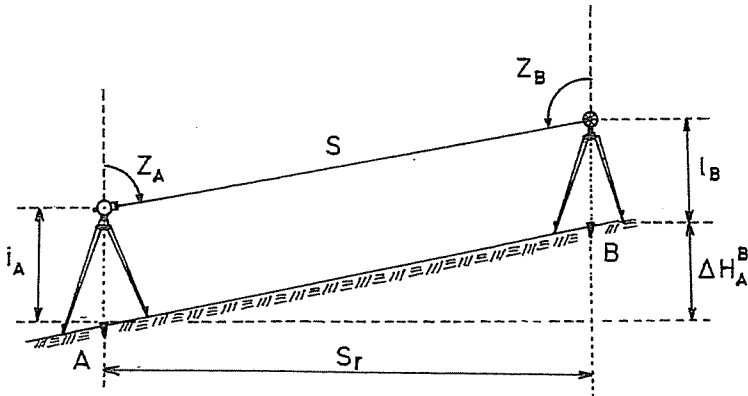
1. OSNOVNA FORMULA

Visinska razlika od tačke A do tačke B (sl.1) kod kratkih rastojanja računa se po formuli:

$$\Delta H_A^B = S \cos Z_A + i_A - l_B + \frac{S_r^2}{2R} - k_A \frac{S_r^2}{2R} \dots \quad (1)$$

odnosno od B do A po formuli:

$$\Delta H_B^A = S \cos Z_B + i_B - l_A + \frac{S_r^2}{2R} - k_B \frac{S_r^2}{2R} \dots \quad (2)$$



Sl.1.

R - srednji radijus zemlje (R=6378 km)

k_A i k_B - koeficijenti refrakcije u momentu mjerenja

Za definitivnu vrijednost visinske razlike izmedju tačaka A i B usvaja se aritmetička sredina iz (1) i (2):

$$\Delta H = \frac{1}{2} (\Delta H_A^B - \Delta H_B^A) \dots \quad (3)$$

$$\Delta H = \frac{1}{2} S (\cos Z_A - \cos Z_B) + i_A - i_B + l_A - l_B + (k_B - k_A) \frac{S^2}{2R} \dots \quad (3')$$

Ako se Z_A i Z_B mjere istovremeno ili u kratkom vremenskom razmaku na kratkim stranama, onda je

$$k_B - k_A = 0, \text{ pa je}$$

$$\Delta H = \frac{1}{2} S (\cos Z_A - \cos Z_B) + i_A - i_B + l_A - l_B \dots \quad (3'')$$

Formula (3'') predstavlja osnovnu formulu za računanje visinskih razlika iz mjerenih (kratkih) dužina i obostrano mjerenih zenitnih odstojanja.

2. ANALIZA TAČNOSTI

Visinska razlika ΔH iz (3'') je funkcija mjerenih veličina Z, S, i, l . Njena očekivana srednja greška se može izraziti na poznati način (pomoću srednje greške funkcije):

$$\begin{aligned} m_{\Delta H}^2 = & \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)^2 m_S^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial Z_A}\right)^2 m_{Z_A}^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial Z_B}\right)^2 m_{Z_B}^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial i_A}\right)^2 m_{i_A}^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial i_B}\right)^2 m_{i_B}^2 + \\ & + \left(\frac{\partial H}{\partial l_A}\right)^2 m_{l_A}^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial l_B}\right)^2 m_{l_B}^2 \dots \end{aligned} \quad (4)$$

odnosno

$$m_{\Delta H}^2 = \left(\frac{\cos Z_A - \cos Z_B}{2}\right)^2 m_S^2 + \left(\frac{S \sin Z_A}{2}\right)^2 \left(\frac{m_{Z_A}}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{S \sin Z_B}{2}\right)^2 \left(\frac{m_{Z_B}}{\varrho}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} m_{i_A}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} m_{i_B}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} m_{l_A}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} m_{l_B}\right)^2 \dots (4')$$

Imajući u vidu da je:

$$\cos Z_A = - \cos Z_B$$

$$\sin Z_A = \sin Z_B$$

$$m_{Z_A} = m_{Z_B}$$

$$m_{i_A} = m_{i_B} = m_{l_A} = m_{l_B}$$

dobija se konačan izraz za srednju grešku visinske razlike

$$m_{\Delta H}^2 = \cos^2 Z m_s^2 + \frac{S^2 \sin^2 Z}{2 \varrho^2} m_Z^2 + m_{il}^2 \quad (4'')$$

Srednja greška mjerenja dužine, zenitnog odstojanja, visine instrumenta i signala (m_s , m_Z , m_{il}) zavisi od raspoloživog instrumentarija i primjenjene metode. Do njih se može doći empirijski, ispitivanjem u konkretnim radnim uslovima. Za proračun tačnosti ovi se elementi mogu uzeti sa zadovoljavajućom tačnošću na bazi iskustva i poznavanja karakteristika instrumentarija.

Za mjerenje uglova i dužina u gradskim poligonskim mrežama danas se koriste savremeni geodetski instrumenti poznatih svjetskih proizvođača pa se može reći da daju približno istu tačnost.

U pribor za poligonometriju spadaju:

- sekundni teodolit,
- elektronski daljinomjer,

- komplet stativa sa uređajima za optičko centrisanje
- vizirne markice sa prizmom.

Ovdje ćemo dati orijentacionu tačnost koja se postiže ovim instrumentarijem i priborom u gradskim poligonskim mrežama.

2.1. Tačnost mjerenja zenitnog odstojanja i dužine

Može se pokazati da srednja greška mjerenja zenitnog odstojanja teodolitom koji ima kompenzacioni uređaj uz vertikalni limb iznosi 2"-3". Kod proračuna tačnosti odredjivanja visinske razlike između poligonskih tačaka trigonometrijskim putem uzimaćemo da je $m_z = 3''$.

Srednja greška mjerenja dužine elektronskim daljinomjerom, kao što je poznato, predstavlja se formulom:

$$m_s = \pm(a+b \cdot S).. \quad (5)$$

Veličine a i b odredjuju se ispitivanjem daljinomjera na specijalnim komparatorima. Proizvodjači za svoje daljinomjere deklarišu ove vrijednosti.

Za većinu elektrooptičkih daljinomjera koji se kod nas koriste za pomenute radove (Wild DI.4, Kern DM 501, Zeiss EOT 2000 i sl.) može se uzeti da je srednja greška mjerenje dužine

$$m_s = \pm(5+0,005 S)_{\text{mm}}.. \quad (6)$$

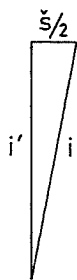
gdje je S u metrima.

2.2. Tačnost mjerenja visine instrumenta i signala

Tačnost mjerenja visine instrumenta i signala direktno utiče na tačnost odredjivanja visinske razlike trigonometrijskim putem. Ova tačnost se kreće od 0,1 mm do 1 cm. Za visokoprecizne radove ove se visine mjere specijalnim šublerima, dok kod radova manje tačnosti pomoću mehaničkog štap-viska ili čeličnom vrpcom (dvometrom).

U našoj praksi se ove vrijednosti najčešće daju u centimetrima, gdje se svjesno prave greške $m_{i1} = \pm 5$ mm. Međutim, nema razloga da se visine instrumenta i signala ne mjere do na milimetar gdje greška m_{i1} ne bi prešla $2 m_m$. Čak i veća tačnost se može postići kod stativa koji imaju štap-visak gdje pri horizontisanju instrumenta visina ostaje nepromijenjena. Ovu mogućnost imaju svi novi Kernovi stativi i stativ WILD GST-70.

Ako se visine mjere dvometrom koso do tačke koja označava prekrat durbina, onda se potrebno vertikalno rastojanje i' sračuna:



S1.2.

$$i = \sqrt{i'^2 - \left(\frac{\check{s}}{2}\right)^2} \quad (7)$$

gdje je: i - visina instrumenta izmjerena koso
 \check{s} - širina instrumenta

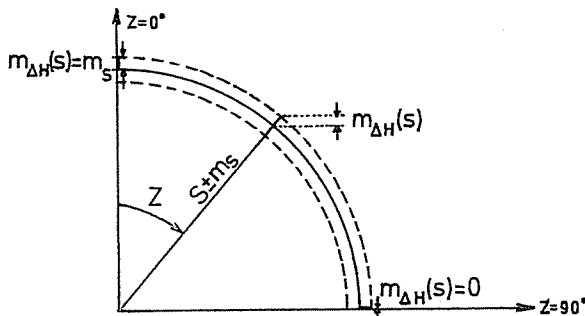
Postavljanjem instrumenta i signala na svim stanicama na približno istu visinu, greška usljed razlike i i i' se eliminiše.

2.3. Tačnost odredjivanja visinske razlike trigonometrijskim putem u gradskim poligonskim mrežama

Ako u formulu (4'') uvrstimo pojedine srednje greške iz prethodnog razmatranja (m_z , m_s , m_{i1}), dobijamo izraz za tačnost visinske razlike ΔH odredjene trigonometrijskim putem.

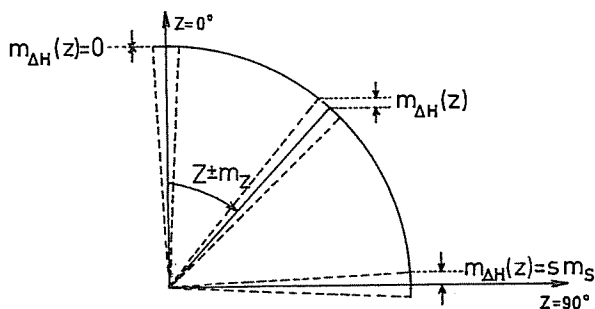
$$m_{\Delta H} = \pm \sqrt{\cos^2 z (5 + 0,005s)^2 + 0,00010577 s^2 \sin^2 z + 4} \text{ mm} \quad (8)$$

Formula (8) pokazuje da pri horizontalnoj vizuri grešaka m_s nema uticaja na $m_{\Delta H}$, a da se pri vertikalnoj vizuri prenosi u potpunosti. To ilustrativno prikazuje slika 3. U praksi, osim u specijalnim slučajevima, strme vizure su rijetke, pa je stoga uticaj greške mjerenja dužine m_s na tačnost visinske razlike ΔH neznatan.



S1.3.

Formula (8) takodje pokazuje da uticaj greške m_z na $m_{\Delta H}$ raste povećanjem dužine S i smanjivanjem nagnutosti vizure. Kako su približno horizontalne vizure u praksi najčešće to i tačnost trigonometrijskog nivelmana bitno zavisi od tačnosti zenitnog odstojanja. Da bi tačnost odredjivanja visinske razlike povećali moramo povećati tačnost mjerenja zenitnog odstojanja i skratiti dužine vizura. Slika 4. ilustrativno prikazuje uticaj greške m_z na tačnost odredjivanja visinske razlike trigonometrijskim putem.



Sl. 4.

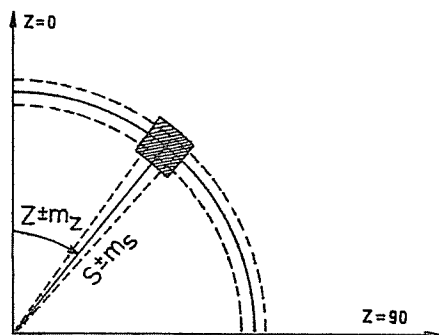
Iz formule (8) i tabele I. se vidi da tačnost odredjivanja visinske razlike trigonometrijskim putem opada sa povećanjem dužine i nagnutosti vizure. Medjutim, kako u praksi rijetko imamo vizuru sa $z < 75^\circ$ to možemo smatrati da na cijelom radilištu imamo jednoličnu tačnost nivelmana. Vidimo da na kratkim rastojanjima $S < 200$ m greška mjerenja visine instrumenta i signala ima dominantan uticaj pa bi se uz pomenutu tačnost mjerenja dužine i zenitnog odstojanja mogla postići znatno veća tačnost visinske razlike kada bi bila veća tačnost mjerenja ovih visina.

Tabela 1

Ukupni uticaj greške mjerenja dužine zenitnog odstojanja, visine instrumenta i signala

$\begin{matrix} z \\ s \end{matrix}$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
	mm						
50m	5,6	5,5	5,0	4,2	3,3	2,5	2,1
100	5,9	5,7	5,2	4,4	3,5	2,6	2,2
150	6,1	5,9	5,4	4,7	3,7	2,9	2,5
200	6,3	6,2	5,7	4,9	4,0	3,2	2,9
250	6,6	6,4	5,9	5,2	4,3	3,6	3,3
300	6,8	6,6	6,2	5,5	4,7	4,0	3,7
350	7,0	6,9	6,4	5,8	5,0	4,4	4,1
400	7,3	7,1	6,7	6,1	5,4	4,8	4,6
450	7,5	7,4	7,0	6,4	5,8	5,2	5,0
500	7,8	7,6	7,3	6,7	6,2	5,7	5,5

Slika 5. ilustrativno pokazuje ukupni uticaj grešaka mjerenja kod odredjivanja visinske razlike trigonometrijskim putem.



Sl. 5.

3. UPOREDJENJE VISINSKIH RAZLIKA ODREDJENIH DOPUNSKIM GEOMETRIJSKIM NIVELMANOM I TRIGONOMETRIJSKIM NIVELMANOM U POLIGONSKOJ MREŽI "KREŠEVO"

U okviru radova premjera opštine Kreševo koje je u toku 1987. godine obavio Geodetski odsjek Gradjevinskog fakulteta iz Sarajeva, razvijena je poligonska mreža. Visine poligonskih tačaka određene su metodom trigonometrijskog nivelmana. Izmjerene su dužine obostrano elektrooptičkim daljinomjerom Wild D1.4 a zenitna odstojanja sekundnim teodolitom Wild T.2 u oba položaja takodje obostrano. Visine instrumenta i vizurnih markica mjerene su dvometrom do na centimetar. Kako su poligonske tačke u vlaku duž puta Kreševo-Kiseljak nivelane metodom dopunskog geometrijskog nivelmana, to je bilo moguće kasnije izvršiti poredjenje rezultata mjerenja geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana na trideset poligonskih strana.

Sva mjerenja su obavljena potpuno rutinski, jer se na žalost tada nije znalo da će se vršiti analiza rezultata ove vrste. No i pored toga rezultati ohrabruju. Veća razlika (12 mm) javila se kod visinske razlike gdje je poligonska tačka stabilizovana u asfaltu bolcnom sa zaštitnom kapom. To se i moglo očekivati, jer je postavljanje letve na ovim tačkama nedefinisano.

Tabela II

Uporedjenje visinskih razlika odredjenih
geometrijskim i trigonometrijskim nivelmanom

Red. broj	H. geom. m	H trig. m	Razlika Hg- Ht mm
1	1.324	1.318	+6
2	1.623	1.619	+4
3	1.101	1.108	-7
4	3.267	3.268	-1
5	4.774	4.770	+4
6	2.511	2.507	+4
7	2.630	2.622	+8
8	1.317	1.316	+1
9	3.936	3.943	-7
10	4.355	4.362	-7
11	3.057	3.052	+5
12	2.589	2.594	-5
13	2.912	2.907	+5
14	4.866	4.866	0
15	3.104	3.107	-3
16	2.549	2.542	+7
17	2.139	2.141	-2
18	2.094	2.085	+9
19	4.416	4.421	-5
20	1.530	1.533	-3
21	2.198	2.193	+5
22	2.507	2.501	+6
23	2.138	2.134	+4
24	2.785	2.789	-4
25	0.361	0.364	-3
26	2.092	2.081	+11
27	0,930	0.927	+3
28	1.196	1.208	-12
29	3.835	3.832	+3
30	0.456	0.448	+8

LITERATURA

- [1] Vukotić Nj.:
Srednja greška, težine i dozvoljena odstupanja trigonometrijskog nivelmana, Zbornik radova - Struga, 1987. god. (705-710 str).
- [2] Zimić A.:
Primjena trigonometrijskog nivelmana na odredjivanju visina gradske poligonske mreže, diplomski rad, Sarajevo, 1988.

REZIME

U radu se ukazuje na mogućnost primjene trigonometrijskog nivelmana u gradskim poligonskim mrežama. S obzirom na tačnost i brzinu koju je moguće postići u tim radovima predlaže se šira primjena trigonometrijskog nivelmana.