

Prof.dr Nihad Kapetanović
Asist.Slobodan Pandžić
Gradjevinski fakultet Sarajevo

ODREDJIVANJE DUŽINA TEODOLITOM POMOĆU BAZE NA VERTIKALNOJ LETVI

0. UVOD

Prilikom određivanja dužina i visinskih razlika Reichenbachovim daljinomjerom (daljinomjerom sa tri konca) koristi se relativno malena baza određena razmakom konaca. Nameće se pitanje da li bi se korišćenjem veće baze na vertikalnoj letvi dobili tačniji rezultati.

U radu se razmatra način određivanja dužina i visinskih razlika korišćenjem samo srednjeg horizontalnog konca i baze na vertikalnoj letvi, te vrši uporedjenje tačnosti ovog načina sa tačnosti koja se postiže mjerenjem Reichenbachovim daljinomjerom za dužine. Uporedjenje tačnosti za visinske razlike izvršiće se u posebnom radu koji će biti objavljen u idućem broju Geodetskog glasnika.

1. FORMULE ZA RAČUNANJE DUŽINE I VISINSKE RAZLIKE POMOĆU BAZE NA VERTIKALNOJ LETVI

Neka je na tački A (sl.1) postavljen teodolit, a na tački B nivelmanska letva u vertikalnom položaju. Srednjim horizontalnim koncem viziramo najprije mjesto G te čitamo odgovarajući podiok na letvi i vertikalni ugao α_1 , a zatim čitamo podiok D na letvi i odgovarajući vertikalni ugao α_2 , vodeći pri tome računa da zahvaćeni odsječak D-G=L bude što veći. Pošto je pravac CD okomit na pravac TC, a pravac GE

okomit na pravac TG označeni ugao u tački G je \mathcal{L}_1 . Iz trokuta TGD nije teško zaključiti da je

$$\delta = 90^\circ - \mathcal{L}_2 \quad (1)$$

dok se iz trokuta DGE može sračunati ugao

$$\mathcal{E} = 180^\circ - (90 - \mathcal{L}_2) - \mathcal{L}_1, \quad \text{tj. } \mathcal{E} = 90^\circ + \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1 \quad (2)$$

Iz trokuta GED slijedi

$$L' : L = \sin \delta : \sin \mathcal{E}$$

odnosno uvažavajući jedn. (1) i (2)

$$L' = \frac{L \cos \mathcal{L}_2}{\cos (\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1)} \quad (3)$$

Kosa dužina TG = s' može se sračunati iz trokuta TEG, tj.

$$s' = L' \operatorname{ctg}(\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1)$$

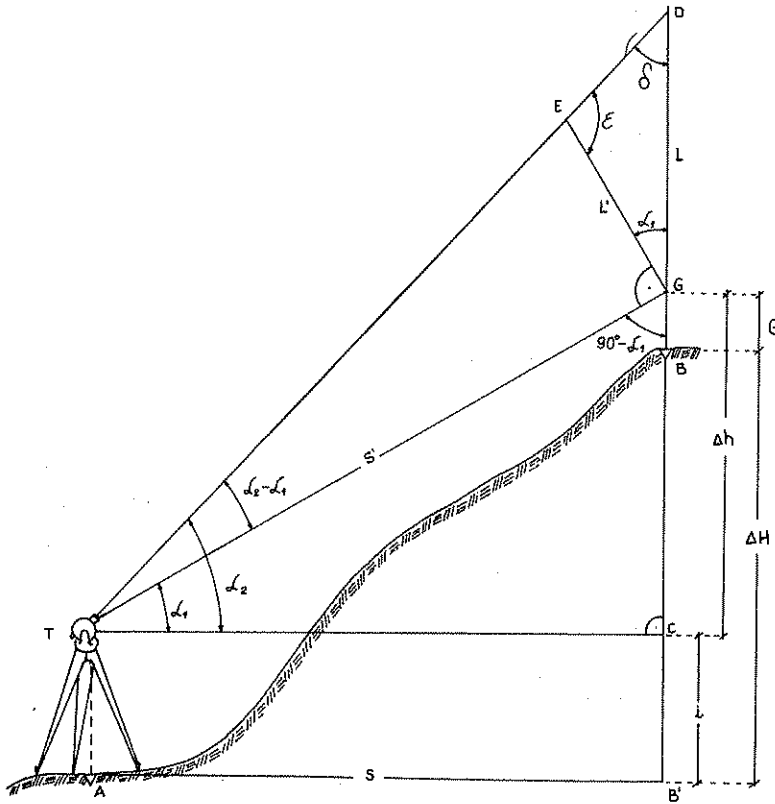
odnosno radi jedn. (3).

$$s' = \frac{L \cos \mathcal{L}_2}{\sin (\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1)} \quad (4)$$

dok se horizontalna dužina TC = AB' = s može dobiti po formuli

$$s = s' \cos \mathcal{L}_1, \quad \text{tj. } s = \frac{L \cos \mathcal{L}_2 \cos \mathcal{L}_1}{\sin (\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1)}$$

ili recipročno



Sl.1.

$$\frac{1}{S} = \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \sin \alpha_1}{L \cos \alpha_2 \cos \alpha_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}{L}$$

odakle je horizontalna dužina

$$s = \frac{L}{\operatorname{tg} \mathcal{L}_2 - \operatorname{tg} \mathcal{L}_1} \quad (5)$$

Iz trokuta TGC se vidi da je $CG = \Delta h = s \operatorname{tg} \mathcal{L}_1$

i radi jedn. (5)

$$\Delta h = \frac{L \operatorname{tg} \mathcal{L}_1}{\operatorname{tg} \mathcal{L}_2 - \operatorname{tg} \mathcal{L}_1} \quad (6)$$

a visinska razlika ΔH između tačaka A i B

$$\Delta H = \frac{L \operatorname{tg} \mathcal{L}_1}{\operatorname{tg} \mathcal{L}_2 - \operatorname{tg} \mathcal{L}_1} + i - G \quad (7)$$

pri čemu i znači visinu instrumenta, a G čitanje na letvi pri vertikalnom uglu \mathcal{L}_1 . Prilikom računanja treba obratiti pažnju na predznake uglova \mathcal{L}_1 i \mathcal{L}_2 , tj. izvršiti algebarske operacije.

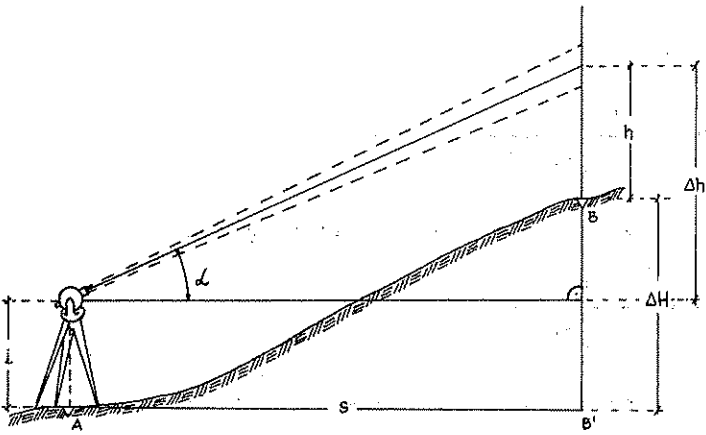
2. FORMULE ZA RAČUNANJE DUŽINA I VISINSKE RAZLIKE POMOĆU REICHENBACHOVOG DALJINOMJERA

Poznato je da se za Reichenbachov daljinomjer sa dubinom sa unutrašnjim fokusiranjem i nivelmanskom letvom dužine i visinske razlike računaju po formulama (sl. 2)

$$s = K \ell \cos^2 \mathcal{L} \quad (8)$$

$$\Delta H = \Delta h + i - h = \frac{1}{2} K \ell \sin 2\mathcal{L} + i - h \quad (9)$$

pri čemu K znači multiplikacionu konstantu, $l=d-g$ odsječak na letvi, \mathcal{L} vertikalni ugao, i visinu instrumenta a g , d i h čitanje gornjim, donjim i srednjim koncem. Kod većine instrumenata multiplikaciona konstanta ima vrijednost $K=100$.



Sl.2.

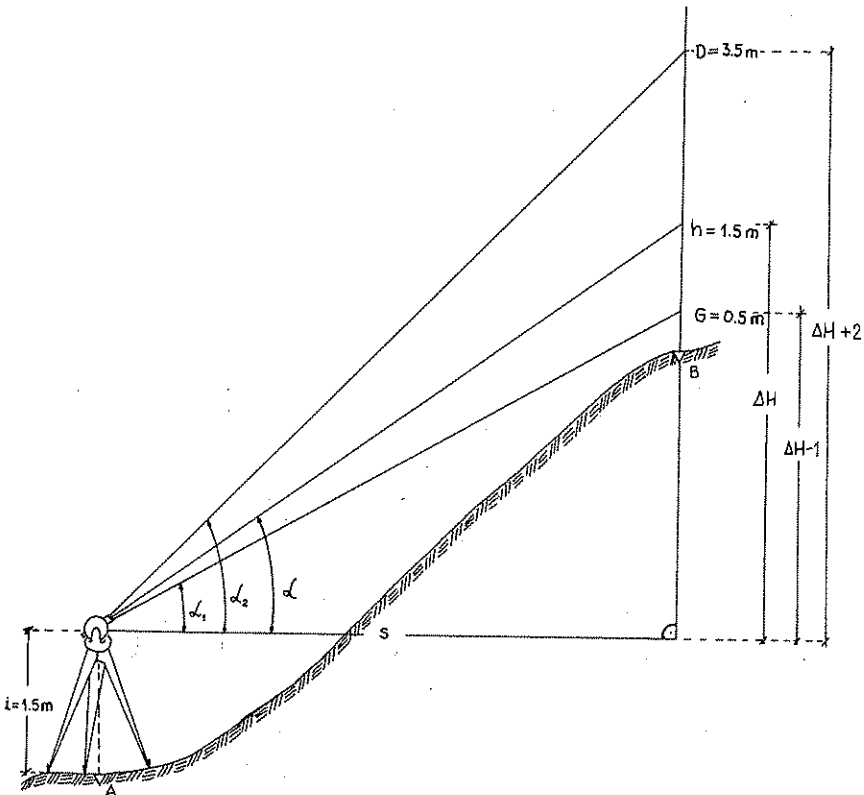
3. PRETPOSTAVKE O VERTIKALNIM UGLOVIMA I DDSJEČCIMA NA LETVI

Da bismo lakše uporedili tačnost dužina i visinskih razlika odredjenih pomoću baze na vertikalnoj letvi i Reichenbachovim daljinomjerom pretpostavićemo (sl.3):

- kada se dužina odredjuje pomoću baze na vertikalnoj letvi čitanje G koje odgovara vertikalnom uglu \mathcal{L}_1 iznosi $G=0,5$ m, a čitanje D koje odgovara vertikalnom uglu \mathcal{L}_2 iznosi $D=3,5$ m, tj. $L=D-G=3$ m,
- visine instrumenta u oba slučaja (baza na vertikalnoj letvi i Reichenbachov daljinomjer) iznosi 1,5 m,

- kod mjerenja Reichenbachovim daljinomjerom čitanje srednjim koncem iznosi $h=1,5$ m, što znači da je ugao α (nagib vizure) jednak nagibu terena. S obzirom na ovu pretpostavku, pošto je $i=h$, glasi jedn. (9)

$$\Delta H = \frac{1}{2} Kl \sin 2\alpha \quad (9a)$$



S1.3.

4. UPOREDJENJE TAČNOSTI OUŽINA ODREĐENIH POMOĆU BAZE NA VERTIKALNOJ LETVI I REICHENBACHOVIM DALJINOMJEROM

4.1. Srednja greška dužine sračunate pomoću baze na vertikalnoj letvi

Srednja greška M_s dužine s sračunate po formuli (5)

je:

$$M_s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial L}\right)^2 m_L^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial \alpha_1}\right)^2 m_{\alpha_1}^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial \alpha_2}\right)^2 m_{\alpha_2}^2} \quad (10)$$

pri čemu je $m_{\alpha_1} = \frac{m''_{\alpha_1}}{\rho''}$, $m_{\alpha_2} = \frac{m''_{\alpha_2}}{\rho''}$

Pošto je

$$\frac{\partial s}{\partial L} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{s}{L}$$

$$\frac{\partial s}{\partial \alpha_1} = \frac{L}{(\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_1} = \frac{s^2}{L \cos^2 \alpha_1} \quad (11)$$

$$\frac{\partial s}{\partial \alpha_2} = \frac{-L}{(\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_2} = \frac{-s^2}{L \cos^2 \alpha_2}$$

to, ako pretpostavimo da su uglovi α_1 i α_2 mjereni sa istom srednjom greškom, tj. $m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = m_{\alpha}$, biće nakon uvrštenja jedn. (11) u jedn. (10) srednja greška M_s dužine s

$$M_s = \sqrt{\left(\frac{s}{L}\right)^2 m_L^2 + \frac{s^4}{L^2} \left(\frac{1}{\cos^4 \alpha_1} + \frac{1}{\cos^4 \alpha_2}\right) m_{\alpha}^2} \quad (12)$$

Srednja greška m_L odsječka L na letvi zavisi prvenstveno od greške čitanja krajeva odsječka m_{L_1} i greške usljed neverti-

kalnosti letve m_{L_2} , pa se može pisati

$$m_L^2 = m_{L_1}^2 + m_{L_2}^2 \quad (13)$$

Tačnost očitavanja jednog konca na letvi može se ocijeniti pomoću srednje greške m dobijene eksperimentalnim putem u [1]

$$m = 0,0002 \frac{s}{u} + 0,03 t \quad (14)$$

gdje je

s - dužina

u - uvećanje dubina

t - najmanji podiok na letvi (obično $t=1\text{cm}=0,01\text{ m}$)

U jedn. (14) sve veličine su izražene u metrima.

Pošto se odsječak na letvi dobiva kao razlika dva očitavanja, njegova srednja greška je

$$m_{L_1} = \sqrt{2}m = \sqrt{2}(0,0002 \frac{s}{u} + 0,03 t) \quad (15)$$

U [3] je pokazano da se srednja greška m_{L_2} , koja nastaje usljed nevertikalnosti letve, može prikazati izrazom

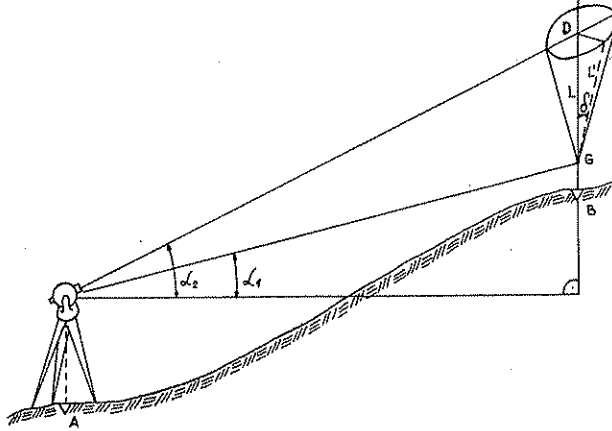
$$m_{L_2} = \frac{L \cdot \delta}{2} \sqrt{\delta^2 + 2\text{tg}^2 \alpha_2} \quad (16)$$

gdje je δ ugao u radijanima za koji je letva nagnuta u odnosu na vertikalni položaj, a L odsječak na letvi pri tom položaju letve (sl.4a).

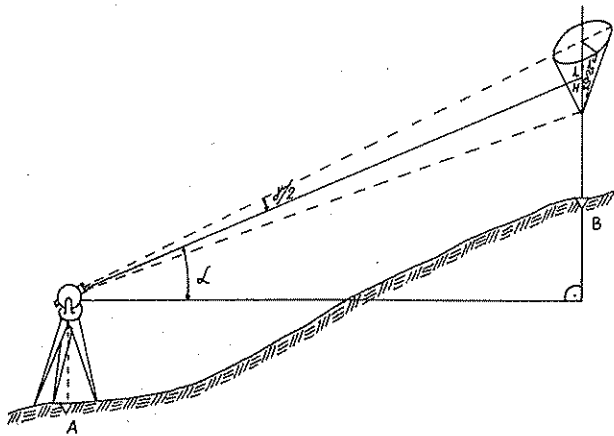
Na osnovu jedn. (13), (15) i (16) možemo pisati

$$m_L^2 = 2(0,0002 \frac{s}{u} + 0,03t)^2 + \frac{L^2 \delta^2}{4} (\delta^2 + 2\text{tg}^2 \alpha_2) \quad (17)$$

Ako jedn. (17) uvrstimo u jedn. (12) i usvojimo $L'=L$, biće srednja greška dužine određene pomoću baze na vertikalnoj letvi



S1.4a



S1.4b

$$M_s = \sqrt{2 \left(\frac{s}{L}\right)^2 (0,0002 \frac{s}{u} + 0,03t)^2 + \frac{s^2 \delta^2}{4} (\delta^2 + 2tg^2 \alpha_2) + \frac{s^4}{L^2} \left(\frac{1}{\cos^4 \alpha_1} + \frac{1}{\cos^4 \alpha_2}\right) m_\alpha^2} \quad (18)$$

Umjesto tačne formule (18) može se izvesti približna formula (18P) ako se, prema sl.3, u drugom članu umjesto α_2 stavi $\alpha + \beta/2$ (pri čemu je β paralaktički ugao Reichenbachovog daljinomjera, obično $\beta = 34^\circ 22' 6''$), a u posljednjem članu umjesto α_1 i α_2 stavi α , dakle

$$M_s = \sqrt{2 \left(\frac{s}{L}\right)^2 (0,0002 \frac{s}{u} + 0,03t)^2 + \frac{s^2 \delta^2}{4} \left[\delta^2 + 2tg^2 \left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)\right] + \frac{2s^4}{L^2 \cos^4 \alpha} m_\alpha^2} \quad (18P)$$

4.2. Srednja greška dužine odredjene Reichenbachovim daljinomjerom

Kod mjerenja dužina Reichenbachovim daljinomjerom pored navedenih grešaka m_1 , m_2 i m_K figurirše i greška m_K multiplikacione konstante (ostale greške kao greška adicione konstante i neke druge manje greške mogu se zanemariti). Na osnovu izraza (8) biće srednja greška dužine odredjene Reichenbachovim daljinomjerom

$$m_s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial \ell}\right)^2 m_\ell^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial \alpha}\right)^2 m_\alpha^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial K}\right)^2 m_K^2} \quad (19)$$

Pošto je

$$\frac{\partial s}{\partial \ell} = K \cos^2 \alpha = \frac{s}{\ell} ; \quad \frac{\partial s}{\partial \alpha} = -2K \ell \cos \alpha \sin \alpha = -2stg \alpha$$

$$\frac{\partial s}{\partial K} = \ell \cos^2 \alpha = \frac{s}{K} \quad (20)$$

biće nakon uvrštenja jedn. (20) u jedn. (19),

$$m_s = \sqrt{\left(\frac{s}{\ell}\right)^2 m_{\ell}^2 + 4s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha m_{\alpha}^2 + \left(\frac{s}{K}\right)^2 m_K^2} \quad (21)$$

i ovdje vrijednost srednje greške m_{ℓ} očitano odsječka prvenstveno zavisi od greške očitavanja krajeva odsječka m_{ℓ_1} i greške usljed nevertikalnosti letve m_{ℓ_2} , tj.

$$m_{\ell}^2 = m_{\ell_1}^2 + m_{\ell_2}^2 \quad (22)$$

Pošto se i u ovom slučaju odsječak na letvi dobija kao razlika dva očitavanja biće

$$m_{\ell_1}^2 = m_{L_1}^2 \quad (23)$$

dok je prema [3] (sl.4b)

$$m_{\ell_2} = \frac{\ell' d'}{2} \sqrt{\delta^2 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \left(\alpha + \frac{\ell'}{2}\right)} \quad (24)$$

Na osnovu jedn. (22), (23), (15) i (24) možemo pisati

$$m_{\ell}^2 = 2(0,0002 \frac{s}{u} + 0,03 t)^2 + \frac{\ell'^2 d'^2}{4} \left[\delta^2 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \left(\alpha + \frac{\ell'}{2}\right) \right] \quad (25)$$

Ako jedn. (25) uvrstimo u jedn. (21) i usvojimo $\ell' = \ell$, biće srednja greška dužine određene Reichenbachovim daljinomjerom.

$$m_s = \sqrt{2 \left(\frac{s}{\ell}\right)^2 (0,0002 \frac{s}{u} + 0,03 t)^2 + \frac{s^2 d'^2}{4} \left[\delta^2 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \left(\alpha + \frac{\ell}{2}\right) \right] + 4s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha m_{\alpha}^2 + \left(\frac{s}{K}\right)^2 m_K^2} \quad (26)$$

4.3. Uporedjenje srednjih grešaka dužina odredjenih pomoću baze na vertikalnoj letvi i Reichenbachovim daljinomjerom

Uporedićemo srednju grešku M_s dužine odredjene pomoću baze na vertikalnoj letvi/sračunatu po približnoj formuli (18P)/ sa srednjom greškom m_s iste dužine odredjene Reichenbachovim daljinomjerom /po formuli (26)/. Pošto je za dužine manje od 300 m, $L > \ell$, biće prvi član u formuli (18P) manji od odgovarajućeg člana u formuli (26); faktor smanjenja $(\ell/L)^2$ je utoliko povoljniji ukoliko je dužina kraća. Drugi član jednak je u obje formule. Treći član je znatno veći u formuli (18P) nego u formuli (26), tj.

$$\frac{2s^4}{L^2 \cos^4 \alpha} > 4s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Ovaj član (uz m_α^2) u formuli (18P) za velike dužine poprima vrlo velike vrijednosti, pa mjerenje dužina pomoću baze na vertikalnoj letvi ima smisla samo ako je srednja greška sa kojom se mjere vertikalni uglovi dovoljno malena, što je slučaj kod modernijih i kvalitetnijih instrumenata. U ovom diplomskom radu N.Čatić i F.Durmišević su za srednju grešku vertikalnog ugla mjerenog udva položaja durbina doбили za instrument WILD T2 vrijednost od $m_\alpha'' = \pm 2,4$ a za instrument WILD T1 vrijednost od $m_\alpha'' = \pm 4,0$. U [4] se za instrument WILD T2 navodi vrijednost $m_\alpha'' = \pm 3,0$. Najzad, kod mjerenja dužina Reichenbachovim daljinomjerom javlja se još i četvrti član prouzrokovan greškom multiplikacione konstante.

Formula (18P) je približna i poslužila je samo za grubo uporedjenje srednjih grešaka.

Da bismo došli do tačnijeg uporedjenja, sračunati su najprije za različite dužine i pojedine nagibe terena, tj. za date veličine s i α odgovarajući uglovi α_1 i α_2 po formulama (vidi sl.3)

$$\mathcal{L}_1 = \text{arc tg } \frac{H-1}{s}; \quad \mathcal{L}_2 = \text{arc tg } \frac{H+2}{s} \quad (27)$$

pri čemu je

$$H = s \text{ tg } \alpha, \quad (28)$$

a zatim srednje greške M_s dužina odredjenih pomoću baze na vertikalnoj letvi po tačnoj formuli (18) i srednje greške m_s dužina odredjenih Reichenbachovim daljinomjerom po formuli (26). Pri tome je uzeto:

- veličina baze na vertikalnoj letvi $L=3$ m,
- odsječak na letvi kod Reichenbachovog daljinomjera ℓ je promjenljiv i zavisi od vertikalnog ugla,
- uvećanje durbina $u=25$ x,
- najmanji podiok na letvi $t=0,01$ m,
- odstupanje letve od vertikalnog položaja $\delta^0 = 0,5$, što znači $\delta = 0,5/\rho^0$ (letva se u vertikalni položaj dovodi pomoću kružne libele),
- multiplikaciona konstanta $K=100$, srednja greška $m_K = \pm 0,1$, dok je srednja greška vertikalnog ugla varirana. Tako su u Tabeli 1 prikazane vrijednosti M_s i m_s za $m''\alpha = \pm 3''$, u Tabeli 2 za $m''\alpha = \pm 5''$, a u Tabeli 3 za $m''\alpha = \pm 10''$. Također su prikazani i odgovarajući odnosi m_s/M_s .

Iz Tabele 1 zaključujemo da uz visoku tačnost mjerenja vertikalnih uglova ($m''\alpha = \pm 3''$) mjerenje dužina pomoću baze na vertikalnoj letvi ima prednost u odnosu na mjerenje Reichenbachovim daljinomjerom za strane do 200 metara ukoliko se radi o ravnom ili blago nagnutom terenu, dok se za strmiji teren ta granica postepeno smanjuje, da bi se za vrlo strme terene (nagiba 25^0-30^0) spustila na oko 150 metara.

Ako je vertikalni ugao mjeran sa nešto većom srednjom greškom ($m''\alpha = \pm 5''$ - Tabela 2) granica prednosti se smanjuje na nešto više od 100 metara za horizontalan i blago nagnut

TABELA I

Srednja greška nmerenaa uola $\alpha \pm 3''$

Gornji broj predstavlja srednju grešku Ms (u metrima) dužine određene pomoću baze na vertikalno: letvi.

Srednji broj predstavlja srednju grešku ms (u metrima) dužine određene Reichenbachovim daljinomjerom.

Donji broj predstavlja odnos ms/Ms .

$\alpha \setminus$	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m	$\alpha \setminus$	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m
0°	0.01	0.01	0.03	0.09	0.19	0.33	0.51	0.73	0°	0.01	0.01	0.03	0.09	0.19	0.33	0.51	0.73
	0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49		0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49
	4.37	5.08	4.13	2.13	1.38	1.02	0.81	0.67		4.37	5.08	4.13	2.13	1.38	1.02	0.81	0.67
2°	0.01	0.02	0.03	0.09	0.19	0.33	0.51	0.73	-2°	0.01	0.01	0.02	0.09	0.19	0.33	0.51	0.73
	0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49		0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49
	3.74	3.91	3.35	2.01	1.36	1.02	0.81	0.67		5.27	7.12	4.65	2.14	1.39	1.02	0.81	0.67
5°	0.02	0.02	0.05	0.11	0.21	0.35	0.53	0.75	-5°	0.01	0.01	0.03	0.10	0.20	0.34	0.52	0.74
	0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51		0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51
	3.86	2.89	2.47	1.77	1.38	1.08	0.81	0.68		7.55	12.60	4.03	1.99	1.35	1.02	0.82	0.68
10°	0.02	0.03	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.82	-10°	0.00	0.01	0.05	0.13	0.24	0.39	0.58	0.81
	0.05	0.07	0.12	0.21	0.31	0.40	0.49	0.58		0.05	0.07	0.12	0.21	0.30	0.39	0.48	0.57
	2.33	2.03	1.72	1.42	1.17	0.98	0.83	0.71		22.18	6.45	2.48	1.61	1.23	1.08	0.83	0.71
15°	0.03	0.05	0.10	0.20	0.33	0.49	0.68	0.92	-15°	0.00	0.02	0.07	0.18	0.31	0.47	0.67	0.98
	0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.47	0.58	0.69		0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.46	0.56	0.67
	1.86	1.58	1.37	1.22	1.09	0.96	0.84	0.75		11.57	3.35	1.78	1.35	1.13	0.97	0.85	0.75
20°	0.03	0.06	0.13	0.25	0.40	0.58	0.80	1.05	-20°	0.01	0.03	0.10	0.23	0.38	0.56	0.78	1.03
	0.05	0.08	0.15	0.28	0.42	0.55	0.69	0.82		0.05	0.08	0.15	0.28	0.41	0.54	0.67	0.80
	1.54	1.32	1.28	1.12	1.03	0.94	0.86	0.78		5.17	2.28	1.45	1.28	1.07	0.96	0.86	0.78
25°	0.04	0.07	0.16	0.32	0.49	0.70	0.94	1.22	-25°	0.02	0.05	0.13	0.29	0.47	0.68	0.92	1.20
	0.05	0.08	0.17	0.33	0.49	0.65	0.82	0.98		0.05	0.08	0.17	0.33	0.48	0.64	0.80	0.96
	1.31	1.16	1.10	1.06	1.00	0.94	0.87	0.80		3.23	1.77	1.28	1.12	1.03	0.95	0.87	0.80
30°	0.05	0.08	0.19	0.38	0.59	0.83	1.10	1.41	-30°	0.02	0.06	0.17	0.35	0.57	0.81	1.08	1.39
	0.05	0.09	0.20	0.39	0.58	0.77	0.97	1.16		0.05	0.09	0.20	0.38	0.57	0.76	0.95	1.14
	1.15	1.07	1.04	1.02	0.98	0.93	0.88	0.82		2.33	1.49	1.17	1.07	1.00	0.94	0.88	0.82

TA B E L A 2

Srednja greška merenja nala $m \approx \pm 5''$

Gornji broj predstavlja srednju grešku M_s (u metrima) dužine određene pomoću baze na vertikalnoj letvi,

Srednji broj predstavlja srednju grešku m_s (u metrima) dužine određene Reichenbachovim daljinomerom,

Donji broj predstavlja odnos m_s/M_s .

$\alpha \setminus s$	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m	$\alpha \setminus s$	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m
0°	0.01	0.01	0.04	0.13	0.28	0.49	0.76	1.10	0°	0.01	0.01	0.04	0.13	0.28	0.49	0.76	1.10
0°	0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49	0°	0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49
	4.36	4.90	3.14	1.47	0.93	0.68	0.54	0.44		4.36	4.90	3.14	1.47	0.93	0.68	0.54	0.44
2°	0.01	0.02	0.04	0.13	0.28	0.49	0.77	1.10	-2°	0.01	0.01	0.03	0.13	0.28	0.49	0.77	1.10
2°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49	-2°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49
	3.73	3.82	2.76	1.43	0.93	0.68	0.54	0.45		5.25	6.64	3.36	1.47	0.94	0.68	0.54	0.44
5°	0.02	0.02	0.05	0.14	0.30	0.51	0.78	1.12	-5°	0.01	0.01	0.04	0.13	0.29	0.50	0.78	1.11
5°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51	-5°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51
	3.85	2.86	2.21	1.35	0.92	0.69	0.55	0.46		7.49	10.42	3.12	1.44	0.94	0.69	0.55	0.45
10°	0.02	0.03	0.07	0.18	0.34	0.55	0.84	1.18	-10°	0.00	0.01	0.05	0.16	0.32	0.54	0.83	1.17
10°	0.05	0.07	0.12	0.21	0.31	0.40	0.49	0.58	-10°	0.05	0.07	0.12	0.21	0.30	0.39	0.48	0.57
	2.33	2.01	1.63	1.20	0.91	0.72	0.59	0.50		20.60	6.09	2.23	1.30	0.93	0.72	0.58	0.49
15°	0.03	0.05	0.10	0.22	0.39	0.62	0.92	1.27	-15°	0.00	0.02	0.08	0.20	0.38	0.61	0.91	1.26
15°	0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.47	0.58	0.69	-15°	0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.46	0.56	0.67
	1.86	1.57	1.33	1.10	0.98	0.74	0.63	0.54		11.32	3.30	1.69	1.18	0.92	0.75	0.62	0.53
20°	0.03	0.06	0.13	0.28	0.47	0.72	1.03	1.41	-20°	0.01	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01	1.39
20°	0.05	0.08	0.15	0.28	0.42	0.55	0.69	0.82	-20°	0.05	0.08	0.15	0.28	0.41	0.54	0.67	0.80
	1.54	1.32	1.17	1.03	0.89	0.77	0.67	0.58		5.14	2.26	1.41	1.10	0.91	0.77	0.66	0.58
25°	0.04	0.07	0.16	0.34	0.55	0.83	1.17	1.58	-25°	0.02	0.05	0.14	0.31	0.53	0.81	1.15	1.56
25°	0.05	0.08	0.17	0.33	0.49	0.65	0.82	0.98	-25°	0.05	0.08	0.17	0.33	0.48	0.64	0.80	0.96
	1.31	1.16	1.08	1.00	0.89	0.79	0.70	0.62		3.22	1.76	1.25	1.05	0.91	0.79	0.69	0.61
30°	0.05	0.08	0.20	0.40	0.65	0.96	1.34	1.79	-30°	0.02	0.06	0.17	0.38	0.63	0.94	1.32	1.77
30°	0.05	0.09	0.20	0.39	0.58	0.77	0.97	1.16	-30°	0.05	0.09	0.20	0.38	0.57	0.76	0.95	1.14
	1.14	1.06	1.03	0.97	0.89	0.80	0.72	0.65		2.33	1.48	1.16	1.01	0.90	0.80	0.72	0.64

TABELA 3

Srednja greška sirenog ugla $\alpha_0 = \pm 10''$

Bornii broj predstavlja srednju grešku Ms (u metrima) dužine određene pomoću baze na vertikalnoj letvi.

Srednii broj predstavlja srednju grešku ms (u metrima) dužine određene Keichenbachovim daljinomerom.

Donji broj predstavlja odnos ms/Ms.

α	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m	α	10m	20m	50m	100m	150m	200m	250m	300m
0°	0.01	0.02	0.05	0.23	0.53	0.93	1.45	2.09	0°	0.01	0.02	0.06	0.23	0.53	0.93	1.45	2.09
0°	0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49	0°	0.05	0.07	0.11	0.18	0.26	0.34	0.41	0.49
	4.31	4.25	1.82	0.79	0.49	0.36	0.28	0.23		4.31	4.25	1.82	0.79	0.49	0.36	0.28	0.23
2°	0.01	0.02	0.06	0.24	0.53	0.93	1.46	2.10	-2°	0.01	0.01	0.06	0.23	0.53	0.93	1.46	2.10
2°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49	-2°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.26	0.34	0.41	0.49
	3.69	3.49	1.74	0.79	0.50	0.36	0.28	0.23		5.15	5.25	1.87	0.79	0.50	0.36	0.28	0.23
5°	0.02	0.03	0.07	0.25	0.54	0.95	1.47	2.12	-5°	0.01	0.01	0.06	0.24	0.53	0.94	1.47	2.11
5°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51	-5°	0.05	0.07	0.11	0.19	0.27	0.35	0.43	0.51
	3.03	2.71	1.59	0.78	0.51	0.37	0.29	0.24		7.22	6.61	1.84	0.80	0.51	0.37	0.29	0.24
10°	0.02	0.04	0.09	0.27	0.57	0.99	1.53	2.18	-10°	-0.00	0.01	0.07	0.26	0.56	0.98	1.52	2.18
10°	0.05	0.07	0.12	0.21	0.31	0.40	0.49	0.58	-10°	0.05	0.07	0.12	0.21	0.30	0.39	0.48	0.57
	2.32	1.96	1.34	0.79	0.54	0.40	0.32	0.27		16.22	4.96	1.62	0.81	0.53	0.40	0.32	0.26
15°	0.03	0.05	0.11	0.31	0.62	1.05	1.61	2.30	-15°	0.01	0.02	0.09	0.29	0.61	1.04	1.60	2.29
15°	0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.47	0.58	0.69	-15°	0.05	0.07	0.13	0.24	0.35	0.46	0.56	0.67
	1.85	1.55	1.18	0.79	0.57	0.44	0.36	0.30		10.33	3.87	1.40	0.82	0.57	0.44	0.35	0.29
20°	0.03	0.06	0.14	0.36	0.69	1.15	1.74	2.46	-20°	0.01	0.03	0.12	0.34	0.67	1.14	1.73	2.45
20°	0.05	0.08	0.15	0.28	0.42	0.55	0.69	0.82	-20°	0.05	0.08	0.15	0.28	0.41	0.54	0.67	0.80
	1.53	1.30	1.07	0.80	0.61	0.48	0.39	0.33		5.03	2.18	1.25	0.82	0.61	0.48	0.39	0.33
25°	0.04	0.07	0.17	0.41	0.78	1.27	1.91	2.68	-25°	0.02	0.05	0.15	0.39	0.76	1.26	1.89	2.67
25°	0.05	0.08	0.17	0.33	0.49	0.65	0.82	0.98	-25°	0.05	0.08	0.17	0.33	0.48	0.64	0.80	0.96
	1.30	1.15	1.01	0.81	0.64	0.51	0.43	0.36		3.19	1.72	1.14	0.83	0.64	0.51	0.42	0.36
30°	0.05	0.08	0.21	0.48	0.88	1.43	2.13	2.98	-30°	0.02	0.06	0.18	0.46	0.87	1.41	2.11	2.96
30°	0.05	0.09	0.20	0.39	0.58	0.77	0.97	1.16	-30°	0.05	0.09	0.20	0.38	0.57	0.76	0.95	1.14
	1.14	1.06	0.98	0.81	0.66	0.54	0.45	0.39		2.31	1.46	1.00	0.83	0.66	0.54	0.45	0.38

teren, odnosno na oko 100 metara za vrlo strm teren (nagiba 25° - 30°).

Najzad, za vertikalne uglove mjerene sa srednjom greškom od $\pm 10''$ (Tabela 3) ta se granica spušta na 80 metara za ravan i blago nagnut teren, odnosno na oko 50 metara za vrlo strm teren.

Praktična mjerenja i uporedjenja sa mjerenjima izvršenim Reichenbachovim daljinomjerom, koja je u okviru svoga diplomskog rada obavio u proljeće 1989. godine Nedžad Čatić potvrdila su ove teoretske pretpostavke.

5. ZAKLJUČAK

Ako je obezbijedjena dovoljno visoka tačnost mjerenja vertikalnih uglova, onda se opisanim načinom mjerenja - teodolitom pomoću baze na vertikalnoj letvi - dužine određuju tačnije nego Reichenbachovim daljinomjerom. Stepenn povećanja tačnosti prvenstveno zavisi od dužine i veći je ukoliko su strane kraće, a zatim i od nagiba terena i veći je ukoliko je teren ravniji.

Sa bazom dužom od tri metra postigla bi se još veća tačnost, ali je korištenje takve baze tehnički teško ostvarljivo.

S obzirom da je u naseljima poligonska mreža dosta gusta, što znači da su dužine od pola do detaljnih tačaka relativno kratke i nevelikog nagiba, predloženim načinom moguće je vršiti tahimetrijsko snimanje sa zadovoljavajućom tačnošću, a korištenjem jednostavnog pribora.

LITERATURA

- [1] Boljšakov, V.D., Gorbenko O.I., Klimov O.D.: Visokotočnie geodezičeskie izmerenija dlja stroitelstva i montaža Boljšogo Serpuhovskogo uskoritelja, Nedra, 1968.
- [2] Mihailović, K., Vračarić, K.: Geodezija I, Beograd 1984.
- [3] Mihailović, K., Vračarić, K.: Geodezija III, Beograd 1985.
- [4] Vukotić Nj., Zimić Š., Zimić A.: Primjena trigonometrijskog nivelmana u određivanju visina gradske poligon-ske mreže, "Geodetski glasnik", Sarajevo br.26/1988.

REZIME

Razmotren je način određivanja dužina i visinskih razlika teodolitom i nivelmanskom letvom korištenjem veće baze na vertikalnoj letvi od one kod Reichenbachovog daljinomjera. Izvedeno su formule za srednju grešku dužine i uporedjene sa odgovarajućim greškama dobijenim pri mjerenju Reichenbachovim daljinomjerom.

Pokazano je da se opisanim načinom, uz uslov da je obezbijedjena dovoljno visoka tačnost mjerenja vertikalnih uglova, dužine određuju tačnije nego Reichenbachovim daljinomjerom. Stepenn povećanja tačnosti je utoliko veći ukoliko su strane kraće i teren ravniji.