Prof.dr Smail Pašalić
Gradjevinski fakultet Sarajevo

NEKI POJMOVI I TERMINOLOGIJA

1. STANDARDNA DEVIJACIJA I SREDNJA GREŠKA

Standardna devijacija karakteriše rasipanje slučajne promjenljive oko njenog matematičkog očekivanja. Neka imamo prekidnu slučajnu promjenljivu X, onda je njena standardna devijacija:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - E(x))^2 p_i} \qquad (1)$$

gdje su x_i tekuće vrijednosti slučajne promjenljive X, p_i vjerovatnoće pojavljivanja x_i i E(x) matematičko očekivanje od X.

Parametar E(x) i σ^2 su teorijske veličine koje u praksi ne možemo imati pa se, kako matematička statistika tako i geodezija, najčešće služe njihovim takozvanim, nepristranim procjenama. Nepristrana procjena "m^2" za σ^2 iznosi:

$$m^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(x))^2 \qquad (2)$$

jer je $E\left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(x))^2\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i - E(x))^2 = \frac{1}{n} n\, \sigma^2 = \sigma^2$

(2a)

Ako mjerenja jedne veličine X_{is} označimo sa x_1, x_2,.. x_n, onda veličina X čije su pojedine vrijednosti: x_1,x_2,.. x_n predstavlja slučajnu promjenljivu koja, kako je dokazano u [L.1, str.159], zadovoljava slijedeće relacije:

$$\lim_{n\to\infty} \bar{x} = \lim_{n\to\infty} \frac{[x]}{n} = E(x) = X_{is}$$

gdje X_{is} označava istinitu vrijednost.

Nepristrana procjena za σ^2 ovako definisane slučajne promjenljive, prema relaciji (2), iznosi:

$$m^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_{is})^2 \qquad (3)$$

odnosno ako se uzme u obzir definicija istinite slučajne greške $w_i = x_{is} - x_i$, dobijamo

$$m^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_i^2 = \frac{[ww]}{n} \qquad (4)$$

Relacija (4) pokazuje da je m^2 nepristrana procjena za σ_w^2, pa se može reći da je srednja greška m praktična vrijednost standardne devijacije σ_w, jer je

$$\lim_{n\to\infty} m = \sigma_w \qquad (5)$$

Sve ovo što smo rekli vrijedi za mjerenja iste tačnosti. Ako sada imamo mjerenja različite tačnosti, onda kako znamo greške mjerenja različite tačnosti w_i svodimo (normiramo) na greške nekih zamišljenih mjerenja iste tačnosti w_i', na slijedeći način:

$$w_i' = w_i \sqrt{p_i} \qquad (6)$$

gdje su p_i težine pojedinih mjerenja.

S obzirom na to imamo pravo tražiti nepristranu procjenu za σ_w^2, pomoću relacije (4). Da bi naglasili da se ovdje radi o zamišljenim a ne stvarnim mjerenjima, nepristranu procjenu za σ_w^2, označavaćemo sa m_o^2.

$$m_o^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_i^2 p_i = \frac{[pww]}{n} \qquad (7)$$

I ovdje se može reći da je m_o praktična vrijednost standardne devijacije zamišljenih jednako tačnih mjerenja.

Za srednju grešku m nepravilno je kazati standardna greška kao što se to, ponekad govori i piše, jer u matematičkoj statistici ovaj naziv nosi standardna devijacija (teorijska vrijednost) sredina uzoraka ($\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$). Za m^2 moglo bi se kazati jezikom matematičke statistike: nepristrana procjena za σ^2, jer ona to, prema relaciji (2a) i jeste, ali ovaj izraz je nepraktičan pa je bolje kazati srednja kvadratna greška (srednja greška na kvadrat). Isto tako nepravilno je reći za m_o standard jedinice težine, jer je standard teorijska, a ne praktična vrijednost. Praktične vrijednosti parametara koje se u geodeziji računaju mogu biti samo nekakve procjene za teorijske vrijednosti pa onda treba reći i kakva je to procjena (obično je to nepristrana procjena). Dakle, ako hoćemo da se služimo izrazima mat.statistike za m i m_o, onda ih treba potpuno i pravilno pisati, a to je sigurno duže i nepraktičnije nego što su odgovarajući geodetski izrazi.

2. SLOBODNA I NESLOBODNA MREŽA

Slobodna mreža se definiše kao mreža u kojoj nema nikakvih datih uslova, tj. fiksnih elemenata koji bi uticali na rezultate mjerenja.

Drugim riječima to znači da će u ovakvoj mreži izravnate veličine, odnosno rezultati mjerenja isključivo zavisiti od mjerenja, a ne od nekakvih unaprijed datih (fiksnih) veličina.

Ove date veličine mogu biti unutrašnji elementi mreže (uglovi, dužine i slično) i spoljni elementi mreže (koordinate, direkcioni uglovi i slično). Sve ostale mreže su neslobodne mreže. Neslobodne mreže mogu se podijeliti u tri podvrste:

2.1. Neslobodna mreža s obzirom na unutarnje elemente

Ova mreža ima date neke unutarnje elemente koji će uticati na rezultate izravnanja. Ona može biti odvojena sama za sebe ili se oslanjati na neku drugu mrežu samo sa neophodnim brojem preuzetih spoljnih elemenata koji neće uticati na izravnanje mreže. Recimo, kod nivelmanske mreže preuzeta jedna kota, kod triangulacione i poligonske mreže preuzete tri koordinate ili dvije koordinate i jedan direkcioni ugao (3 elementa) i slično tome.

2.2. Neslobodna mreža s obzirom na spoljne elemente

Ova mreža ima datih spoljnih elemenata više od tri (3). Redovno je to mreža koja se oslanja na neku datu mrežu i od nje preuzima više od tri spoljna elementa. Ona nema datih unutarnjih elemenata.

2.3. Neslobodna mreža s obzirom na unutarnje i spoljne elemente

Ova mreža kako i samo ime kaže ima datih (fiksnih) i spoljnih i unutarnjih veličina koje će uticati na rezultate izravnanja.

Nama geodetima sa stručnog stanovišta, nije bitno, da li su koordinate neke mreže u nekakvom lokalnom ili državnom sistemu, ali nam je jako bitno da li na rezultate izravnanja mreže utiču samo mjerenja ili i neki dati (fiksni) elementi.

Ponekad je važno znati jesu li dati spoljni ili unutarnji ili i spoljni i unutarnji elementi.

LITERATURA

[1] Pašalić S.: Račun izravnanja, Sarajevo, 1989.