Mladen Lero *

SVOĐENJE MJERENIH DUŽINA SA FIZIČKE POVRŠINE ZEMLJE NA PROJEKCIONU RAVAN I UTICAJ NESVOĐENJA NA NEKE GEODETSKE RADOVE

SAŽETAK. U radu su date pripadne formule za svođenje mjerenih dužina sa fizičke površine Zemlje na ravan projekcije (Gauss - Krügerove), te se ukazuje da se taj sistematski uticaj ne može zanemariti ni kod geodetskih radova na mjerenju i dopuni poligonske mreže, kao i mnogim radovima iz oblasti inženjerske geodezije.

1. UVOD

Sva geodetska mjerenja obavljamo na fizičkoj površini Zemlje, a koordinate se računaju na usvojenom referenc - elipsoidu (kod nas Besselov) i u ravni projekcije (kod nas Gauss - Krügerova). Prema tome, sve mjerene veličine moramo svesti na matematički model gdje vršimo sama računanja. Kod osnovnih geodetskih radova to naročito dolazi do izražaja, ali se ne može zanemariti ni kod geodetskih radova na mjerenju i dopuni poligonske mreže, kao i mnogim radovima iz oblasti inženjerske geodezije, o čemu će biti govora u ovom radu.

2. SVOĐENJE MJERENIH DUŽINA SA FIZIČKE POVRŠINE ZEMLJE NA ELIPSOID

Dužine koje mjerimo na fizičkoj površini Zemlje moramo svesti na usvojeni elipsoid (u radovima niže geodezije to zamjenjujemo sa srednjim nivoom mora - geoidom). Treba odrediti razliku između dužine na elipsoidu i na fizičkoj površini Zemlje. Ta razlika zavisi o nadmorskim visinama tačaka dotične dužine. Možemo izračunati faktor m_h (Borčić 1976):

$$m_h = \frac{R}{R + h} \qquad (2.1)$$

* Mr MLADEN LERO, dipl.inž.geod.
Institut za saobraćaj Sarajevo

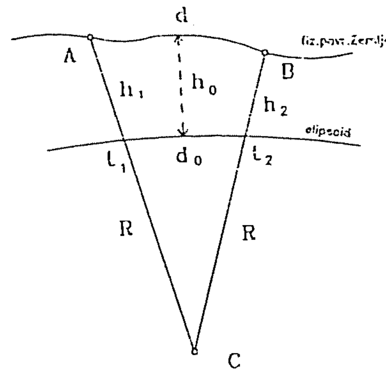
Prema slici 1. pojedine oznake imaju ova značenja:

d - horizontalna dužina na fizičkoj površini Zemlje,

d_0 - dužina na usvojenom elipsoidu,

h_0 - srednja nadmorska (apsolutna) visina dužine AB,

R - srednji poluprečnik Zemlje (elipsoida)



sl. 1

Kao što vidimo, faktor m_h određuje odnos između dužina na fizičkoj površini Zemlje i njima odgovarajućih dužina na površini usvojenog elipsoida. Dužinu na usvojenom elipsoidu dobijemo po formuli:

$$d_0 = m_h \cdot d \tag{2.2}$$

3. SVOĐENJE DUŽINA SA ELIPSOIDA NA PROJEKCIONU RAVAN

Kako je detaljno objašnjeno (Borčić 1976), računamo faktor m_h deformacije dužina pri prelasku sa elipsoida na ravninu Gauss - Krügerove projekcije po formuli:

$$m_p = m_0\left(1 + \frac{\bar{Y}^2}{2R^2} + \frac{\bar{Y}^4}{24R^4} + \ldots\right) \tag{3.1}$$

Oznake u ovoj formuli označavaju:

m_0 - linearni modul, $m_0 = 0,9999$ za Gauss-Krügerovu projekciju (3°)

$m_0 = 0,9996$ za Merkartorovu projekciju (6°)

(linearna deformacija na srednjem meridijanu),

$\bar{Y}$ - prave ravne pravougle koordinate u Gauss-Krügerovoj projekciji, a odnose se na udaljenost središnje tačke dužine, od srednjeg meridijana projekcije, R - poluprečnik elipsoida središnje tačke dužine.

Dužinu d_p na projekcionoj ravni dobit ćemo ako dužinu na elipsoidu pomnožimo s odgovarajućim faktorom m_p.

$$d_p = d_0 \cdot m_p \tag{3.2}$$

Ako je potrebno odrediti razliku između jedne dužine na fizičkoj površini Zemlje i dužine u ravni projekcije (karti), tada se treba poslužiti skupnim faktorom, koji će prvo odrediti razliku između dužine na fizičkoj površini Zemlje i dužine na elipsoidu, a zatim između dužine na elipsoidu i dužine u ravni projekcije. Taj skupni faktor m_s bit će jednak umnošku faktora m_p i m_h:

$$m_s = m_p \cdot m_h \tag{3.3}$$

Da bismo dobili dužinu na ravni projekcije, potrebno je dužinu na fizičkoj površini Zemlje pomnožiti sa skupnim faktorom m_s:

$$d_p = d \cdot m_s \tag{3.4}$$

Da bismo dobili dužine na fizičkoj površini Zemlje, potrebno je dužine izračunate iz koordinata tačaka koje su izražene u Gauss-Krügerovoj projekciji, polazeći od Besselovog elipsoida podijeliti sa faktorom m_s za odgovarajuću udaljenost od srednjeg meridijana i odgovarajuću srednju nadmorsku visinu.

Uz pomoć prikladnog računara i prethodno napravljenog programa ova svođenja je vrlo jednostavno obavljati bez obzira na koji se elipsoid i projekcionu ravan odnosi.

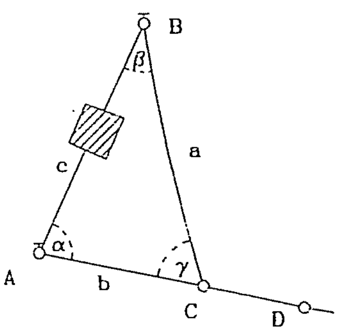
4. UTICAJ NESVOĐENJA NA NEKE GEODETSKE RADOVE

Nije potrebno posebno isticati i obrazlagati potrebu svođenja mjerenih dužina sa fizičke površine Zemlje na projekcionu ravan kod radova trigonometrijske mreže uz primjenu trilateracije, pa i na radovima poligonometrijske mreže svih redova, nego ćemo ukazati na ozbiljnost u pojedinim primjerima niže geodezije i inženjerske geodezije.

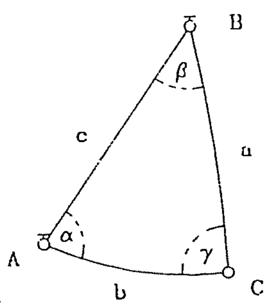
1. primjer

Prema slici 2a imamo slučaj da polazi poligonski vlak sa poligonometrijske tačke A i orijentacijom na poligonometrijsku tačku B koja se zbog naknadno izgrađene kuće ne dogleda, a nema mogućnosti vizirati na neku drugu orijentaciju. U današnje vrijeme, kada imamo elektrooptičke daljinomjere, a ponekada i nesavjesno prikupljene podatke sa terena, pa nemamo prekobrojnih mjerenja, a uz to ni pouzdanost prikupljenih podataka na terenu, izmjerili smo samo dužine a i b. Ukoliko se tačke A i B nalaze na nadmorskoj visini H = 1500m i da su tačke uz ishodišni meridijan gdje je deformacija mjerila najveća. U tom slučaju su dužine:

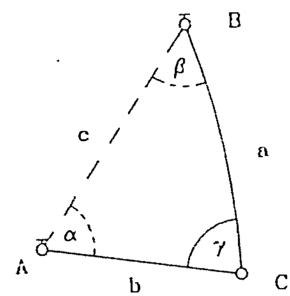
a	b	c	
350,000	200,000	300,000	na fizičkoj površini Zemlje
349,918	199,953	299,929	na nultoj nivo plohi (elipsoidu)
349,883	199,933	299,899	na projekcionoj ravni (Gauss-Krüger).



sl. 2a



sl. 2b



sl. 2c

Ako pristupimo računanju ostalih elemenata u trouglu prema slikama 2a, 2b i 2c dobićemo rezultate:

2a

dato:	sračunato:
a = 350,00	α = 86°26'40,08"
b = 200,00	β = 34°46'23,33"
c = 299,899	γ = 58°46'56,59"

2b

dato:	sračunato:
a = 350,00	α = 86°25'00,04"
b = 200,00	β = 34°46'19,00"
c = 300,00	γ = 58°48'40,96"

2c

dato:	sračunato:
a = 350,00	α = 86°25'00,04"
b = 200,00	β = 34°46'19,00"
γ = 58°48'40,96"	c = 300,000

Prema slici 2a kada smo uzeli u računanje mjerene dužine a i b koje se odnose na fizičku površinu Zemlje, te dužinu c dobivenu iz koordinata poznatih tačaka i zanemarili prelaz sa projekcije na fizičku površinu, dobivamo da je vezni ugao α na tački A veći za 1'40"od stvarnog ugla računatog prema slici 2b, gdje su sve dužine na fizičkoj površini Zemlje.

Računanje prema slici 2c gdje su na fizičkoj površini Zemlje izmjerene dužine a i b i ugao β, pa sa tim veličinama sračunali ostale elemente, dobivamo iste vrijednosti kao rezultate prema slici 2b, što je i razumljivo.

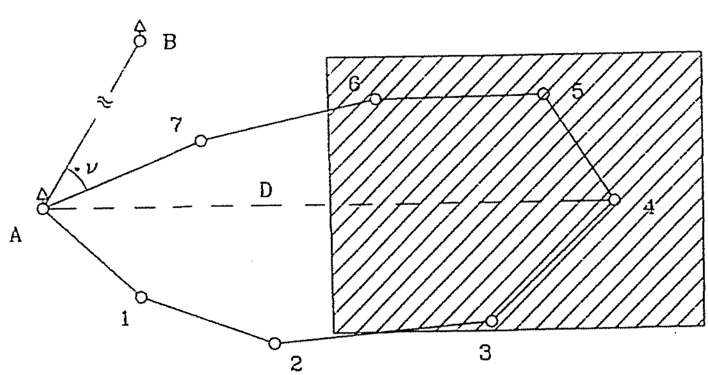
2. primjer

Ako bi iz predhodnog primjera računali koordinate tačke C lučnim presjekom, što je čest slučaj, ne treba posebno dokazivati da se koordinate ne mogu računati prije nego što se dužine a i b ne svedu sa fizičke površine Zemlje na projekcionu ravan.

3. primjer

Ako pretpostavimo iz 1. primjera da se tačke A i B dogledaju, a treba da na terenu iskolčimo tačku C čije koordinate poznajemo. Ukoliko tačku C iskolčimo polarno sa tačke A ili B, uglom i dužinom, tada moramo dužine a i b sračunati sa vrijednostima na fizičkoj površini Zemlje, pa tek onda pristupiti iskolčavanju pomoću tih dužina.

4. primjer



sl. 3

Prema slici 3. imamo slučaj da smo prinuđeni na terenima gdje je triangulaciona mreža rijetka, a imamo potrebu projektovanja nekog kompleksa. Na tom lokalitetu od triangulacione tačke A sa orijentacijom na triangulacionu tačku B razvijamo zatvoreni poligonski vlak od sedam tačaka u kojoj je tačka o4 najudaljenija od priključne tačke vlaka sa koje se iskolčavaju objekti cijelog kompleksa. U ovom slučaju je neminovno izvršiti svođenje dužina u poligonskom vlaku sa fizičke površine Zemlje na projekcionu ravan, jer bi u protivnom koordinate tačke o4 bile opterećene najvećom greškom što ovisi od dužine dijagonale vlaka D.

5. primjer

Često imamo slučajeva da na terenima gdje imamo rijetku geodetsku osnovu, a teren nije obrastao i dosta je pregledan, da se opredijelimo uz pomoć elektrooptičkog daljinomjera i pristupimo snimanju ili iskolčavanju dugim vizurama.

U tom slučaju ne smijemo zaboraviti pri računanju koordinata snimljenih tačaka ili iskolčavanju iz koordinata pojedinih tačaka na prelaz sa terena na projekcionu ravan i obrnuto. U svemu ovome će nam olakšati prikladni računari sa predhodno napravljenim odgovarajućim programima.

Prilikom iskolčavanja neke saobraćajnice iz projektovanih koordinata elemenata trase, moramo imati na umu da trasu prenosimo na fizičku površinu Zemlje i da trasa treba da bude u potpunom matematičkom odnosu i da se ne mogu preklapati krivine koje su bez međupravaca, a to će nam se desiti ako ne uvažavamo izloženu problematiku. Pored toga i sama stacionaža se odnosi na trasu koja je na fizičkoj površini Zemlje, a ne na projekcionoj ravni, gdje su koordinate.

5. ZAKLJUČCI

Na osnovu svega izloženog može se zaključiti da sva mjerenja dužina koja obavljamo na fizičkoj površini Zemlje moramo svoditi na model projekcione ravni gdje se i vrše računanja. Isto tako, u obrnutom postupku, kada se prenose (iskolčavaju) pojedine dužine dobivene iz koordinata projekcione ravni, potrebno ih je korigovati i tako doći do njihove prave veličine na samom terenu.

Ovaj sistematski uticaj u nekim geodetskim radovima je više, a u nekim manje izražen, što ovisi od tražene tačnosti pojedinih rezultata mjerenja.

LITERATURA

[1] Borčić, B. (1976): Gauss - Krügerova projekcija meridijanskih zona, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb 1976.