

Halil Isaković *
Fahrudin Kulenović **

UDK 528.91
Stručni rad

**ODREĐIVANJE PRAVOUGLIH GAUS KRIGEROVIH KOORDINATA
PRELOMNIH TAČAKA GRANIČNE LINIJE DRŽAVNE GRANICE BIH NA
AUSTROUGARSKIM PLANOVIMA RAZMJERE 1: 6250**

UVOD

Vojno Geografski institut Austrougarske monarhije u Beču počeo je 1882 godine katastarski premjer Bosne i Hercegovine. Premjer je rađen u poliedarskoj projekciji. Njene karakteristike date su u udžbenicima matematičke kartografije. Projekciju je predložio profesor bečkog Univerziteta dr. Albreht Penk za izradu karte cijele Zemlje, a prije Penka predlagao ju je njemački geodeta Mifling pa je neki zato nazivaju Miflingovom projekcijom.

Kod poliedarske projekcije zamišlja se da se svaki trapez koji predstavlja zaseban list karte, projektuje na ravan koja prolazi kroz tjemena sferoidnog trapeza ili ga dodiruje u njegovoj srednjoj tački. Prema tome, projekcije sferoidnih trapeza bit će ravnokraki trapezi u ravni, čije su strane po geografskoj dužini ispravljene lukovi paralela, a po geografskoj širini ispravljene lukovi meridijana.

U naprijed navedenoj projekciji rađene su sve topografske karte (TK), sekcije (SEK) i katastarski planovi svih razmjera Austrougarske monarhije. Triangulaciona mreža prvog i drugog reda određivana je numeričkom metodom, a trećeg i četvrtog reda grafičkom metodom pomoću mjerničkog stola (planšete) i kipregla. Isto tako u toj projekciji su rađene topografske karte stare Jugoslavije razmjere TK25, TK50, TK100 i TK200, izdanja prije Drugog svjetskog rata, tačnije 1924 godine. Od 1924. godine prešlo se na Gaus Krigerovu projekciju.

NOMENKLATURA

Naprijed je navedeno da je austrougarski premjer Bosne i Hercegovine rađen u poliedarskoj projekciji. Takvim sistemom projekcije cijela teritorija Bosne i Hercegovine izdijeljena je na 65 stepenskih listova TK75 dimenzija 30 minuta po geografskoj dužini (λ) i 15 minuta po geografskoj širini (φ). Geografska dužina određena je za svaki list TK 75 od početnog meridijana koji prolazi kroz ostrvo Fero a za TK50 i TK150 od pariškog meridijana. Geografska širina za sve razmjere topografskih karata uzeta je od ekvatora. Geografske koordinate upisane su pored tjemena svih listova topografskih karata austrougarskog izdanja sa kojima mi raspolazemo.

* Halil Isaković, inž. geod.,

Državna komisija za granicu BiH, Sarajevo, Reisa Džemaludina Čauševića broj 6

** Fahrudin Kulenović, inž. geod.,

Geodetski Zavod BiH, Sarajevo, Bulevar Meše Selimovića broj 69

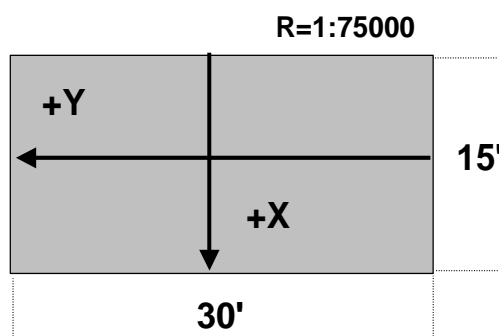
Nomenklatura TK75 određena je zonama (Z) i kolonama (K). Zone idu od sjevera prema jugu, označene su brojevima od 25 do 36, a kolone idu od zapada prema istoku i označene su rimskim brojevima od XIII. do XXI., sl.1.

| | | | | | | | | | | | | |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|--------|
| | 15 20 13,98 | 15 50 13,98 | 16 20 13,98 | 16 50 13,98 | 17 20 13,98 | 17 50 13,98 | 18 20 13,98 | 18 50 13,98 | 19 20 13,98 | 19 50 13,98 | λ | ϕ |
| 24 | | | | | | | | | | | 45 30 00 | |
| 25 | | | | | | | | | | | 45 15 00 | |
| 26 | | | | | | | | | | | 45 00 00 | |
| 27 | | | | | | | | | | | 44 45 00 | |
| 28 | | | | | | | | | | | 44 30 00 | |
| 29 | | | | | | | | | | | 44 15 00 | |
| 30 | | | | | | | | | | | 44 00 00 | |
| 31 | | | | | | | | | | | 43 45 00 | |
| 32 | | | | | | | | | | | 43 30 00 | |
| 33 | | | | | | | | | | | 43 15 00 | |
| 34 | | | | | | | | | | | 43 00 00 | |
| 35 | | | | | | | | | | | 42 45 00 | |
| 36 | | | | | | | | | | | 42 30 00 | |
| | | | | | | | | | | | 421500 | |
| | XIII | XIV | XV | XVI | XVII | XVIII | XIX | XX | XXI | | | |

λ OD Graniča

Sl.1. Podjela na zone i kolone TK75

Na sl.1. list TK75 nosi nomenklaturu Z 34 – K XIX. Svaki list TK75 ima svoj lokalni koordinatni sistem sa koordinatnim početkom u sredini lista i pozitivnom osom (x), orijentisanom prema jugu, a pozitivnom osom (y) prema zapadu, tako da austrougarski premjer Bosne i Hercegovine ima 65 lokalnih koordinatnih sistema, sl.2.



Sl.2. Koordinatni sistem lista TK75

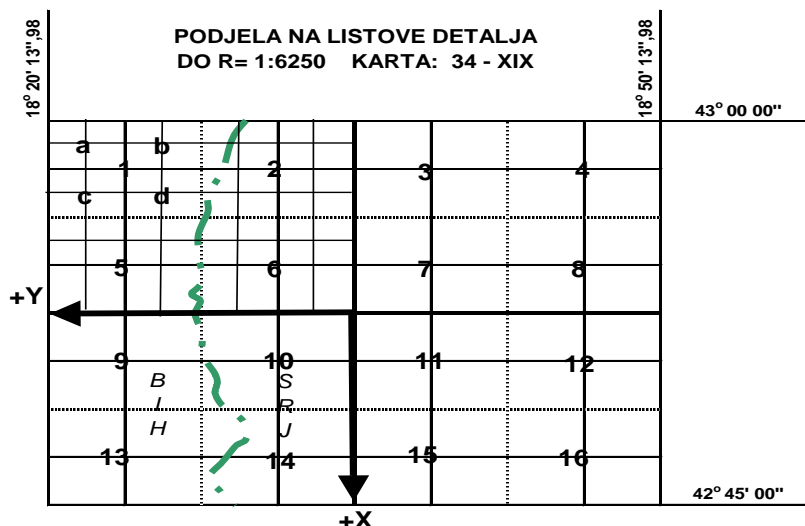
TK75 dijeli se na 4 lista TK25, a TK25 dijeli se na 4 lista razmjere 1 : 12500 koji nose naziv sekcije. Sekcija razmjere 1:12500 dijeli se na 4 lista razmjere 1 : 6250, a 1: 6250 na 4 lista razmjere 1:1562 itd. Svi su ovi listovi dobijeni grafičkim premjerom i nemaju numeričke osnove tako da tjemena ovih listova nemaju nikakve koordinate.

U ovom članku objasnit ćemo kako se računaju pravougule Gaus Krigerove koordinate tjemena listova šesnaestina razmjere 1:6250, jer se zadatak odnosi na tu podjelu, a princip određivanja navedenih koordinata za sve razmjere je isti.

TK75 sadrži 64 normalna lista razmjere 1:6250 čije su dimenzije korisne površine 82cm x 55,4cm. Obzirom da je katastarski premjer vršen grafičkom metodom sa mjerničkim stolom (planšetom) i kipreglom čija je radna površina 30cm x 45cm, se morao normalni list razmjere 1: 6250 podijeliti na 4 lista iste razmjere. Na taj način u listu razmjere 1:12500 ima 16 listova pa se ovi listovi nazivaju šesnaestinama. Ako znamo da jedan list TK75 ima 16 listova razmjere 1:12500 onda jedan list TK75 ima 16 x 16=256 listova šesnaestina razmjere 1:6250, čijim tjemenu lista treba odrediti pravougule Gaus Krigerove koordinate.

Granična linija državne granice na cijeloj svojoj dužini pokrivena je novim premjerom razmjere 1:2500 i u planinskim predjelima razmjere 1:5000, osim K.O. Bosansko Grahovo prema Republici Hrvatskoj, a prema bivšoj Saveznoj Republici Jugoslaviji K.O.Čajniča i K.O.Bileća, koje imaju austrougarski premjer. Taj dio granice pada na 4 lista TK75 i to:

Z29 – KXIV i Z29 – KXV prema Republici Hrvatskoj a Z31 – K20 i Z34 – K XIX prema bivšoj Saveznoj Republici Jugoslaviji. Obzirom da su po istom principu određivane koordinate svih tjemena naprijed navedenih listova, uzećemo u razmatranje samo list Z34 - K XIX i to njegovu prvu kartu (I) razmjere 1:25000, te sekcije razmjere 1:12500 br (2) i (6) sa brojevima tjemena od 8 do 25 i to: sek.2, - a/2, a/4, c/2, c/4 i sek. 6, - a/2, a/4, c/2 i c/4 listovi šesnaestina kroz koje prolazi granična linija i koje treba digitalizirati vidi sl.3.



Sl.3. Skica podjele na listove

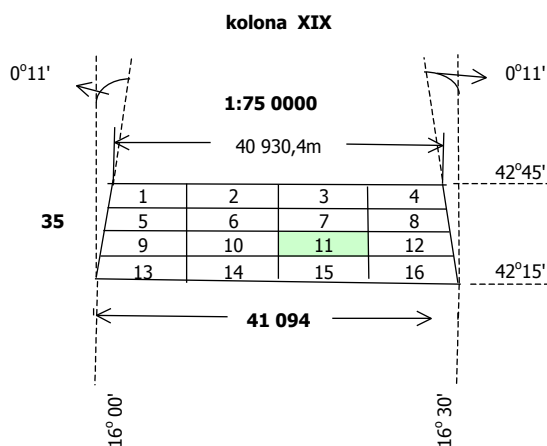
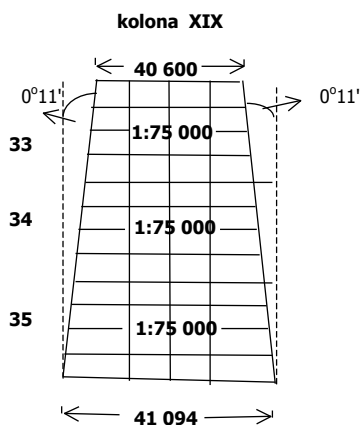
DIGITALIZACIJA GRANIČNE LINIJE

Da se izvrši digitalizacija katastarskih planova i očitaju pravouglae koordinate prelomnih tačaka granične linije na austrougarskim planovima razmjere 1:6250, potrebno je odrediti pravouglae koordinate tjemena listova šesnaestina navedene razmjere. Pravouglae Gaus -Krigerove koordinate mogu se odrediti na dva načina :

1. Prvo se sračunaju geografske koordinate tjemena listova šesnaestina pa se one preračunaju u pravouglae;
2. Presjekom pravih linija meridijana i paralela koje se za tako kratka rastojanja smatraju pravim linijama.

Prvi način

Da bi se moglo izvršiti računanje koordinata u prvom i u drugom načinu potrebno je prethodno usvojiti neka pravila rada, naime iz naprijed navedenog smo vidjeli da se prostom diobom lista TK75 dođe do katastarskog plana svih razmjera. Ali imajući u vidu da svaki list predstavlja zasebnu cjelinu i da je trapezastog oblika, to bi se daljom prostom diobom strana svakog stepenskog lista na 4 odnosno 8 i 16 dijelova dobili svi listovi trapezastog oblika. Da se to izbjegne usvojena je donja ivica listova TK75, 35 zone i na nju su podignute normale kroz svaku kolonu, ovde ćemo uzeti u razmatranje samo kolonu XIX i donju ivicu lista TK75 zone 34 na koju su podignute normale sl.1. Krajnje normale povučene u presjeku donje ivice 35. zone i meridijani koji ograničavaju kolone zaklapaju ugao od $0^{\circ} 11'$ vidi sl.4. i sl.5.



Sl.4. Skica položaja TK75

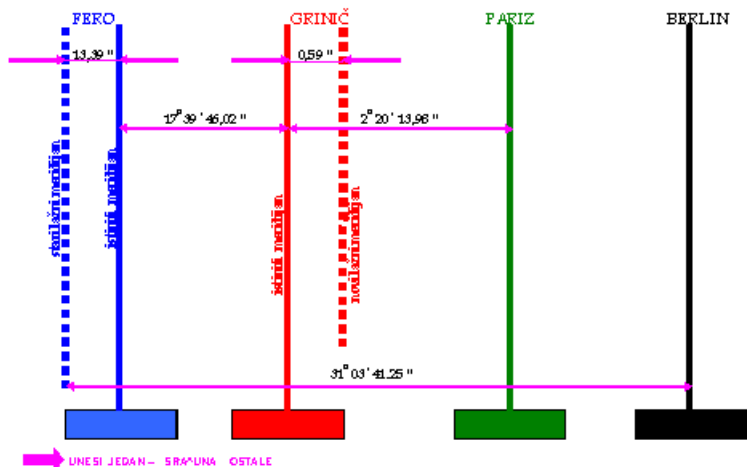
Sl.5. TK75 podjeljena na listove R = 1:12500

Ako se sada zamisli da je donja ivica 35. zone podjeljena na 4 jednaka dijela i da se kroz te podione crte u svakoj koloni povuče normala, a isto tako da je svaka zona (red) podijeljena na 4 dijela onda će se u svakom listu TK75 dobiti 16 listova (sekcija) razmjere 1:12500, od toga su po 4 krajnja lista trapezastog, a 8 listova u sredini pravougaonog oblika. sl. 4 i 5.

Na isti način daljnjom diobom sekcije razmjere 1:12500 dobijemo 256 lista šesnaestina u TK75, pa prema načinu kako su podignute normale iz osnove zone 35, imamo 224 lista šesnaestina pravougaonog oblika, a 16 listova na zapadnoj i 16 listova na istočnoj strani lista TK75 tj. 32 lista trapezastog oblika.

Sva tjemena listova TK75 imaju geografske koordinate: geografsku dužinu (λ) od početnog meridijana koji prolazi kroz ostrvo Fero, a geografsku širinu (φ) od ekvatora. Da bi sračunali geografske koordinate od početnog meridijana Griniča za prelaz od Fera na Grinič korištene su poznate razlike, koje su date u literaturi i to razlika između meridijana Fera i Pariza iznosi $20^{\circ} 00' 00",00$ a između Pariza i Griniča $2^{\circ} 20' 13",98$ što znači da je razlika između Fera i Griniča $17^{\circ} 39' 46",02$, sada od geografske dužine tjemena TK75 oduzmemo $17^{\circ} 39' 46",02$ i dobijemo geografsku dužinu od Griniča. Geografska se širina ne mijenja i ona je onakva kakva je data na svakom tjemenu lista TK75. Sl.6.

Razlike između navedenih meridijana na sl. 6. preuzete su iz Više geodezije prof. Svečnikova, treća knjiga, strana 113. Iste razlike zajedno sa slikom i prevodom dobijene su od VGI iz Beča.



Sl. 6. Grafički prikaz početnih meridijana

Razlika između navedenih meridijana grafički je prikazana na sl. 6. Stari «lažni» meridijani su ranije loše određeni, pa su savremenijim instrumentima i mjerenjem, određeni istiniti meridijani što je na slici br. 6 grafički prikazano. Za objašnjenje određivanja geografskih i pravougljih koordinata tjemena listova šesnaestina uzet je konkretno urađen primjer list TK75 Z34 - KXIX sekcija 2. i 6. sl. 3.

Da bi se odredile geografske koordinate uglova šesnaestina moramo odrediti dužine lukova strana listova šesnaestina, a onda pomoću njih odrediti uglovne vrijednosti φ i λ tih lukova. Za određivanje uglovnih vrijednosti za sve potrebne listove šesnaestina, obzirom

da su te veličine male, koristile su se naprijed navedene formule uzete iz više geodezije i matematičke kartografije.

$$Lp = \frac{\Delta\lambda''}{\rho''} N \cos \varphi. \quad \dots\dots\dots 1$$

$$Lm = \frac{M \Delta\varphi''}{\rho''} \dots\dots\dots 2$$

Gdje je: N - poluprečnik krivine normalnog presjeka u prvom vertikalu, a
M - poluprečnik meridijanskog presjeka.

Veličine M i N date su u tablicama koje se mogu naći u udžbenicima više geodezije i matematičke kartografije. Iz navedenih formula proizlazi da je:

$$\Delta\lambda'' = Lp \frac{\rho''}{N \cos \varphi} \dots\dots\dots 3$$

$$\Delta\varphi'' = Lm \frac{\rho''}{M} \dots\dots\dots 4$$

Iz geografskih koordinata uglova lista TK75 – Z34 – KXIX sračuna se dužina luka paralele (Lp) i dužina luka meridijana (Lm). Obzirom da na osnovi tog lista imamo 14 listova pravougaonog oblika i 2 krajnja lista trapezastog oblika i da smo dužine osnova svih listova pravougaonika dobili iz osnove lista TK75 u 35. zoni gdje je a = 2568,41. Da bi dobili dužinu strane «a» krajnjih listova TK75 – Z34-KXIX neophodno je da od Lp oduzmemo 14 x 2568,41 i dobijeni rezultat podjelimo sa 2, jer su dva krajnja lista iste osnove «a»,tj.

$$a = \frac{40.930,74 - 35.957,74}{2} = 2.486,50 \dots\dots 5$$

Koristeći formulu 2. iz geografskih koordinata, sračunamo luk meridijana Lm= 27769,53m. Kada dužinu Lm podjelimo sa 16 dobijemo dužinu strane «b» svih listova šesnaestina navedene TK75.

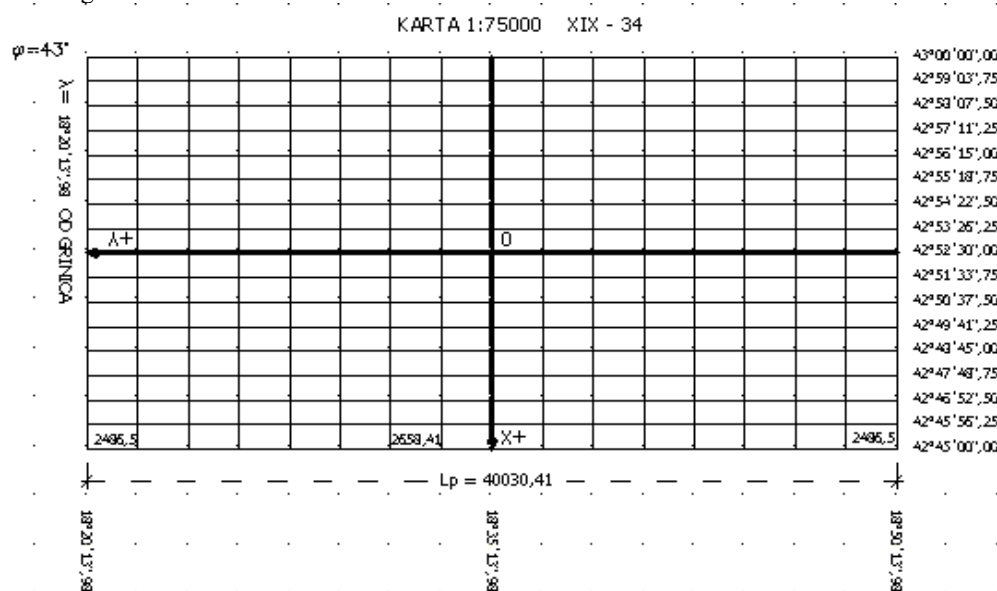
$$b = \frac{Lm}{16} = \frac{27.769,53}{16} = 1.735,59 \dots\dots 6$$

S obzirom da se radi o krajnjim listovima šesnaestina trapezastog oblika te da se njihove osnove «a» smanjuju idući od juga prema sjeveru treba za svaki trapez sračunati stranu «a», koristeći formulu 4., što znači da se za svaku paralelu osnove lista šesnaestina, treba sračunati geografska širina (φ) i naći dužinu «a» šesnaestina za svaki trapezasti oblik lista. Primjer paralele 42° 52' 30".

Geografska širina svakog tjemena lista šesnaestina računa se tako što se po formuli 4. sračuna i dobije rezultat:

$$\Delta\varphi = 56'',25$$

Ova vrijednost se dodaje na geografsku širinu tjemena lista TK75, u konkretnom slučaju na $42^\circ 45'$ pa se dobije geografska širina prve paralele, ista veličina se dodaje na prvu paralelu pa se dobije druga i td., sve dok se ne dođe do sjevernog tjemena istog lista TK 75, odnosno do geografske širine 43° sl.7. Na taj način odredili smo geografsku širinu svih tjemena listova šesnaestina, pravougaonog i trapezastog oblika na cijelom listu dotičnog lista TK75.



Sl. 7. TK75 podjeljena na listove R = 1:6250

Geografsku dužinu određujemo pomoću formule 3., sračunamo uglovne veličine $\Delta\lambda$ za sve pravougaonike, a na osnovu veličine «a» dobijene na osnovici lista TK75 u 35. zoni tj. «a» = 2568,41m. Na taj način je:

$$\Delta\lambda'' = Lp \frac{\rho''}{N \cos\varphi} = 113,406'' \text{ za } \varphi = 42^\circ 52' 30''$$

Obzirom da obrađujemo list TK75 i njegovu četvrtinu TK25-I onda je:

$$\Delta\lambda = 113'',406 = 0^\circ 01' 53'',40$$

Kada ovu veličinu oduzmemo od geografske dužine meridijana, koji se poklapa sa X osom koordinatnog sistema lista TK75, dobijemo geografsku dužinu prvog tjemena

lista šesnaestine. Ako od te dužine oduzmemo istu veličinu dobijemo drugog tjemena itd, do lista tjemena posljednje šesnaestine, koja je trapezastog oblika.

Na osnovu sračunate dužine strane (a) šesnaestine trapezastog oblika, sračunamo njenu uglovnu vdijednist $\delta\lambda''$ i nju oduzmemo ili dodamo na vrijednost čoška predhodne šesnestine zavisno dali idemo zapadno ili istočno od srednjeg merdijana odgovarajućeg lista TK75.

Treba napomenuti da se prije bilo kojeg računanja numerišu uglovi šesnaestina koje se obrađuju sl 3.

Dobijene geografske koordinate tjemena listova šesnaestina preračunamo u pravouggle Gaus-Kriggerove koordinate, a zatim digitalizacijom tih listova dobijemo pravouggle Gaus-Kriggerove koordinate prelomnih tačaka granične linije državne granice, koju pokrivaju ti listovi, sl.8.

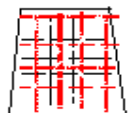
Z34 - KXIX BILECA SJEVER - I-2-6

| b.t. | λ geografska dužina | | | ϕ geografska širina | | | Y X Gaus-Krigger m. m. | | b.t. |
|-----------|-----------------------------------|----|-------|--------------------------------|----|-------|------------------------------|---------------|-----------|
| | ° | ' | '' | ° | ' | '' | | | |
| 8 | 18 | 31 | 27,16 | 42 | 52 | 30,00 | 6 542 821,822 | 4 748 012,839 | 8 |
| 9 | 18 | 31 | 27,22 | 42 | 53 | 26,25 | 6 542 812,378 | 4 749 748,277 | 9 |
| 10 | 18 | 31 | 27,28 | 42 | 54 | 22,50 | 6 542 802,930 | 4 751 483,720 | 10 |
| 11 | 18 | 31 | 27,34 | 42 | 53 | 18,75 | 6 542 816,541 | 4 749 516,903 | 11 |
| 12 | 18 | 31 | 27,40 | 42 | 56 | 15,00 | 6 542 784,023 | 4 754 954,620 | 12 |
| 13 | 18 | 31 | 27,45 | 42 | 57 | 11,25 | 6 542 774,336 | 4 756 690,076 | 13 |
| 14 | 18 | 31 | 27,51 | 42 | 38 | 07,50 | 6 542 754,873 | 4 758 425,537 | 14 |
| 15 | 18 | 31 | 27,57 | 42 | 59 | 03,75 | 6 542 755,406 | 4 760 161,004 | 15 |
| 16 | 18 | 31 | 27,62 | 43 | 00 | 00,00 | 6 542 745,708 | 4 761 896,473 | 16 |
| 17 | 18 | 29 | 33,76 | 42 | 52 | 30,00 | 6 540 248,641 | 4 747 997,302 | 17 |
| 18 | 18 | 29 | 33,84 | 42 | 53 | 26,25 | 6 540 240,300 | 4 749 732,741 | 18 |
| 19 | 18 | 29 | 33,93 | 42 | 54 | 22,50 | 6 540 232,182 | 4 751 468,187 | 19 |
| 20 | 18 | 29 | 34,01 | 42 | 55 | 18,75 | 6 540 223,833 | 4 753 203,636 | 20 |
| 21 | 18 | 29 | 34,11 | 42 | 56 | 15,00 | 6 540 215,934 | 4 754 939,093 | 21 |
| 22 | 18 | 29 | 34,19 | 42 | 57 | 11,25 | 6 540 207,577 | 4 756 674,551 | 22 |
| 23 | 18 | 29 | 34,27 | 42 | 58 | 07,50 | 6 540 199,216 | 4 758 410,014 | 23 |
| 24 | 18 | 29 | 34,36 | 42 | 59 | 03,75 | 6 540 191,078 | 4 760 145,484 | 24 |
| 25 | 18 | 29 | 34,39 | 42 | 00 | 00,00 | 6 540 181,577 | 4 761 880,950 | 25 |
| 26 | 18 | 27 | 40,35 | 42 | 52 | 30,00 | 6 537 675,235 | 4 747 982,726 | 26 |
| 27 | 18 | 27 | 40,46 | 42 | 53 | 26,25 | 6 537 668,224 | 4 749 718,168 | 27 |
| 28 | 18 | 27 | 40,58 | 42 | 54 | 22,50 | 6 537 661,435 | 4 751 453,616 | 28 |
| 29 | 18 | 27 | 40,69 | 42 | 55 | 18,75 | 6 537 651,416 | 4 753 189,067 | 29 |
| 30 | 18 | 27 | 40,82 | 42 | 56 | 15,00 | 6 537 647,846 | 4 754 924,526 | 30 |
| 31 | 18 | 27 | 40,92 | 42 | 57 | 11,25 | 6 537 640,592 | 4 756 659,986 | 31 |
| 32 | 18 | 27 | 41,04 | 42 | 58 | 07,50 | 6 537 633,787 | 4 758 395,453 | 32 |
| 33 | 18 | 27 | 41,15 | 42 | 59 | 03,75 | 6 537 626,751 | 4 760 130,923 | 33 |
| 34 | 18 | 27 | 41,26 | 43 | 00 | 00,00 | 6 537 619,711 | 4 761 866,398 | 34 |

Sl.8. Preračunate koordinate

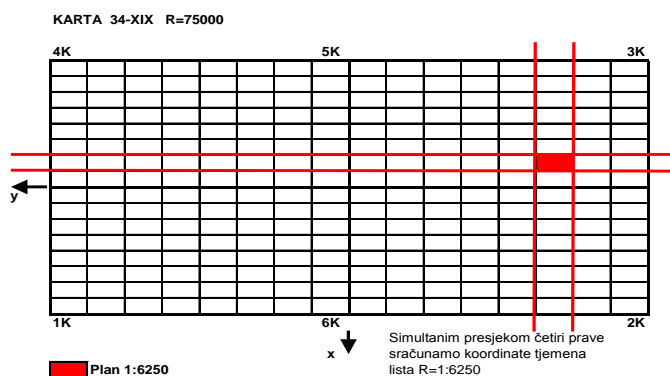
Drugi način

Drugi način dobijanja pravougljih Gaus-Kriggerovih koordinata tjemena šesnaestina planova R=1:6250 austrougarskog premjera bazira se na istom principu kao i kod prvog načina. Za osnovu uzeta je ispružena dužina luka paralele lista TK75- 35 zone. Razlika je u tome što su se u prvom načinu računale geografske koordinate tjemena šesnaestina, kako je objašnjeno u prvom načinu, pa se transformacijom geografskih koordinata išlo neposredno u pravougle Gaus-Kriggerove koordinate na Beselovom elipsoidu ne uzimajući u obzir poliedarsku projekciju. Za dužine uzete su dužine ispruženog luka meridijana i paralela. Da bi se bolje objasnilo kako se pristupilo rješenu zadatka po drugom načinu objasnićemo to na jednom listu TK75 Z34 - KXIX. Isti je list uzet i u prvom načinu rada. Uzete su geografske koordinate tjemena gore navedenog lista, svedene na Grinički meridijan, k1, k2, k3, k4, k5 i k6, tačka k.5 i tačka k.6 nalaze se na krajevima x ose koordinatnog sistema lista TK75, te su koordinate transformisane u pravougle Gaus-Kriggerove koordinate i sračunate dužine između svih tačaka obilježenih na TK75.sl. 9.

| Broj tačke | Beselov Elipsoid GAUS-KRIGER GEOGRAFSKE PRAVOUGLE | | WGS - 84 Elipsoid U T M GEOGRAFSKE PRAVOUGLE | |  | |
|------------|------------------------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | φ y | λ x | Zona | φ y | | λ x |
| 1 | 424500,000000 | 182018,980000 | | 424500,706897 | 181955,871721 | Razmjera 75000 Naziv Bileća Broj 34-KIX |
| | 6527602,111586 | 4784051,466134 | 34 | 281665,788569 | 4786526,822536 | |
| | 7282087,678615 | 4787485,632451 | 38 | 772710,993817 | 4788461,298004 | |
| 2 | 424500,000000 | 185018,980000 | | 424500,758101 | 184955,649902 | D 1-2 = 545,7 m /m D 1-3 = 658,58 m /m D 1-4 = 870,28 m /m D 1-5 = 459,58 m /m D 1-6 = 272,85 m /m D 2-3 = 370,24 m /m D 2-4 = 658,58 m /m D 2-5 = 459,59 m /m D 2-6 = 272,85 m /m D 3-4 = 548,5 m /m D 3-5 = 271,75 m /m D 3-6 = 459,59 m /m |
| | 6568528,650875 | 4784836,201468 | 34 | 322582,590193 | 4785355,485168 | |
| | 7322966,946659 | 4786264,966658 | | | | |
| 3 | 430000,000000 | 185018,980000 | | 430000,649173 | 184955,606560 | |
| | 6568252,567916 | 4782105,175920 | 34 | 328296,602561 | 4788115,278262 | |
| | 7328680,474811 | 4784033,212486 | | | | |
| 4 | 430000,000000 | 182018,980000 | | 430000,602620 | 181955,829230 | |
| | 6527490,917480 | 4781818,251879 | 34 | 282544,947780 | 4784287,368491 | |
| | 7282916,408787 | 4785204,646549 | 38 | 771610,288192 | 4786223,040531 | |
| 5 | 430000,000000 | 188518,980000 | | 430000,625776 | 183455,717756 | |
| | 6547871,710059 | 4781930,835949 | 34 | 302920,906656 | 4783670,954826 | |
| | 7308298,571792 | 4784588,545238 | | | | |
| 6 | 424500,000000 | 188518,980000 | | 424500,728678 | 183455,760878 | |
| | 6548065,344463 | 4784163,525910 | 34 | 302124,338059 | 4785910,801725 | |
| | 7302502,462127 | 4786819,934202 | | | | |

Sl. 9. Geografske i pravougle koordinate

Sada se povuku vertikalne i horizontalne prave kroz horizontalne i vertikalne ivice listova šesnaestina R=1:6250 i presjekom tih pravih, u daljnjem tekstu vertikalnih (V) i horizontalnih (H) pravih, odrede se pravougle Gaus-Kriggerove koordinate tjemena šesnaestina, sl 10.



Sl.10. Prikaz postupka računanja koordinata tjemena listova R = 1:6250

Da bi se odredile koordinate tjemena listova šesnaestina moramo prvo odrediti pravouglove koordinate krajnjih tačaka vertikalnih (V) i horizontalnih (H) pravih odnosno pravouglove koordinate njihovog presjeka sa ispruženim lukovima meridijana i paralela.

ODREĐIVANJE PRAVOUGLIH GAUS-KRIGEROVIH KOORDINATA KRAJNJIH TAČAKA VERTIKALNIH (V) I HORIZONTALNIH (H) PRAVIH

Iz već poznatih koordinata tjemena lista TK75 i to k1-k2, k2-k3, k3-k4, sračunamo po trig.obrascu br. 8 direkcione uglove i dužine sl. 11.

| Računanje nagiba i odstojanja iz pravougljih koordinata | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------|----------------------------------|
| T b | Koordinate su uzete | y _b | x _b | y _a | x _a | α | D |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | Karta 1:75 000 | | 30-XIX | | | |
| o | 1k | 6 527 257,98 | 4 845 013,72 | | | | |
| o | 2k | 6 567 521,13 | 4 845 294,96 | | | 267 35 59 | 40 164,13 |
| o | 2k | 6 567 521,13 | 4 845 294,96 | | | | |
| o | 3k | 6 567 243,14 | 4 873 067,30 | | | 177 25 35 | 17 773,73 |
| o | 3k | 6 567 243,14 | 4 873 067,30 | | | | |
| o | 4k | 6 527 147,98 | 4 871 787,24 | | | 87 35 59 | 40 096,14 |
| o | 4k | 6 527 147,98 | 4 871 787,24 | | | | |
| o | 1k | 6 527 257,98 | 4 845 013,72 | | | 357 46 23 | 17 773,73 |
| skica | komponente | | prava | | ugao | | kontrola $\sqrt{(dx^2+dy^2)}$ |
| | po y-u | po x-u | spojne tačke | | α | | |
| | dy1234 | dx1234 | 1h | | 0 24 1 | 2566,44 | |
| | 2566,36 | 17,94 | 1k-2k | | 0 34 25 | 1735,94 | |
| | dy23 | dx23 | 17v | | 0 24 1 | 2566,44 | |
| | 17,38 | 1 735,85 | 2k-3k | | 0 13 37 | 1735,94 | |
| dy1234 | dx1234 | 17h | | | | | |
| 2566,36 | 17,94 | 4k-3k | | | | | |
| dy14 | dx14 | 1v | | | | | |
| 6,86 | 1 735,73 | 1k-4k | | | | | |
| | | | | | | | list u R=1:6250 |
| | | | | | | | km a dimenzije |
| | | | | | | | 2566,44 * 1735,94 |

Sl. 11. Računanje komponenti dx i dy

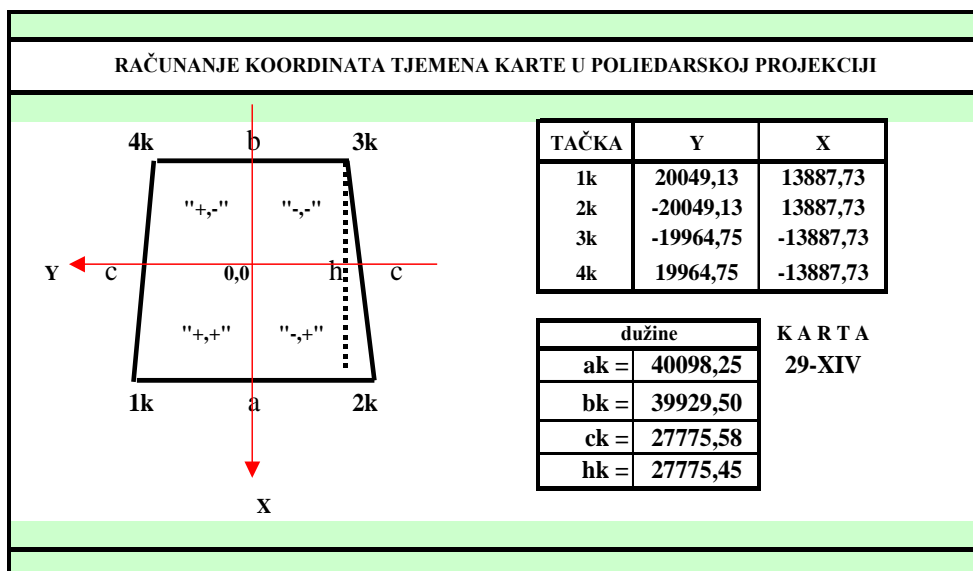
Primjer određivanja pravougljih koordinata objasnimo na primjeru jedne strane TK75 (južne paralele) između tjemena k1 i k2 i meridijana koji prolazi kroz tačke k2 i k3, istočna ivica lista TK75, isti je način rada i kod ostale dvije ivice TK75. Ako pogledamo krajnje tačke (tjemena) lista TK75 vidimo da se tjemena k1 i k2 nalaze na istoj paraleli, k2 i k3 na istom meridijanu, što se isto odnosi i na druga tjemena TK75. Tačke k1 i k2 imaju istu geografsku širinu, također tjemena T3 i T4 su na istoj geografskoj širini. Kada te tačke transformišemo u pravouglo Gaus-Kriggerove koordinate onda im se ose x dosta razlikuju recimo u našem slučaju $X_{k2} - X_{k1} = + 284,73\text{m}$ a $Y_{k2} - Y_{k3} = +276,08\text{m}$, što znači da je list TK75 zakošen. Da bi dobili pravouglo Gaus-Kriggerove koordinate presjeka vertikalnih (V) pravih sa južnom i sjevernom linijom ispruženog luka paralele, čije su dužine sračunate iz geografskih koordinata navedenih tjemena, uzeli smo dužinu strane šesnestine na osnovi lista TK75. tridesetpete (Z35) zone koji iznosi $d=2568,75\text{m}$. Množenjem ove dužine sa sinusom i kosinusom nagiba sa k2 na k1 dobili smo parcijalne koordinatne razlike donje ivice lista šesnestine koji se oslanja na liniju k1-k2. Isto tako određene su pravouglo Gaus-Kriggerove koordinate presjeka horizontalnih pravih (H) sa ispruženim lukom meridijana istočne i zapadne ivice lista uzeta je kraća strana po x osi lista šesnaestina, a na osnovi lista TK75 -Z35 zone $d=1735,52\text{m}$. sl.10 i 11. Sada se uzmu sračunate koordinate krajnjih tačaka X ose lokalnog koordinatnog sistema TK 75 sl.11, tačke 5 i 6 i na osnovu dobijenih koordinatnih razlika sračunaju se pravouglo Gaus-Kriggerove koordinate krajnjih tačaka vertikalnih linija (V2, V3, V4,.....V16. dok V1 i V17 imaju prije sračunate koordinate transformacijom tjemena TK75. Na isti način sračunamo i koordinate krajnjih tačaka horizontalnih pravih H2 - H16, (njihov presjek sa ispruženim lukom meridijana). Za osnovne koordinate uzete su Gaus-Kriggerove koordinate krajnjih tačaka Y ose koordinatnog sistema TK75, koje su dobivene računanjem koordinata tačaka koje se nalaze na sredini između K1-K4 i K2-K3, kroz koju prolazi horizontalna prava br. 8. sl 12. Pomoću koordinata krajnjih tačaka Y ose parcijalno izračunatih koordinatnih razlika vertikalnih ivica šesnaestina koje se projektuju na ispruženi luk meridijana sračunamo pravouglo Gaus-Kriggerove koordinate presjeka horizontalnih pravih sa ispruženim lukom meridijana.

| POLIDARSKA PROJEKCIJA - RAČUNANJE DUŽINA STRANA KARTE 1:75000 | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------|-----------|-----------------------|------------|-----------------|---------|-----------|
| | | $a = 637397,155$ | | KARTA: 26-XVIII | | |
| | | $\rho'' = 2002648002$ | | 1: 7500 | | |
| | | $e^2 = 0,00667447$ | | | | |
| čiko | usipenina | uzadijanina | usipenina | uzadijanina | strane | u metrima |
| 41- | 44450 | 078103484 | Δ'' | Δ'' | $a_k =$ | 388969 |
| 42- | 49000 | 078539816 | 900 | | $b_k =$ | 341865 |
| 31- | 17301398 | 031131816 | Δ'' | Δ'' | $c_k =$ | 277925 |
| 32- | 18201398 | 032004481 | 1800 | | $d_k =$ | 277912 |
| 40- | 44520 | 07832165 | | | $e_k =$ | 432347 |
| | | | | | | |

Sl.12. Računanje dužina strana TK75

Kada su nam poznate Gaus-Kriggerove koordinate krajnjih tačaka V i H onda po poznatim formulama iz geodezije- presjek dvije prave odnosno četiri prave koje prolaze kroz četiri tjemena svih listova šesnaestina koje se nalaze u navedenom listu TK75. Odredimo pravougla Gaus-Kriggerove koordinate tjemena šesnaestina koje se koriste za digitalizaciju, odnosno određivanje pravouglah koordinata prelomnih tačaka granične linije državne granice koja prolazi kroz određene planove šesnaestina. Treba reći da su ovo približne koordinate u Gaus-Kriggerovoj projekciji, jer je TK koju obrađujemo u poliedarskoj projekciji, pa prema tome treba uključiti i poliedarsku projekciju. Način računanja koordinatnih razlika i koordinata tačaka presjeka poznato je iz geodezije, zato ovdje nećemo objašnjavati niti navoditi nikakve formule koje su objašnjene u geodetskoj literaturi, samo upozoravamo da su korištene pri izradi programa za rješenje ovog zadatka.

Da bi uključili poliedarsku projekciju moramo sve dobijene pravougla Gaus-Kriggerove koordinate tjemena šesnaestina i prelomnih tačaka granične linije transformisati u lokalne koordinate koordinatnog sistema lista TK75 čiji je koordinatni početak tačno u sredini lista i čini ga presjek dvije upravne prave, a koji je prikazan i u prvom načinu sl.2, sa koordinatama $y = 0,000$ i $x = 0,000$. Naprijed je navedeno da smo sračunali dužine ispruženog luka paralela i meridijana koji čine ivice lista TK75 u poliedarskoj projekciji sl.12. Diobom tih dužina sa 2 i algebarskim zbirom sa koordinatama koordinatnog početka lista TK75 dobićemo lokalne koordinate tjemena k_1, k_2, k_3 i k_4 lista TK75 u poliedarskoj projekciji sl.13. Na osnovu lokalnih koordinata i pravouglah Gaus -Kriggerovih koordinata tjemena lista TK75 odnosno tačaka k_1, k_2, k_3 i k_4 izvršimo transformaciju svih dobijenih Gaus-Kriggerovih koordinata u lokalne koordinate lista TK75 u poliedarskoj projekciji.



Sl. 13. Računanje koordinata tjemena karte TK75 u Poliedarskoj projekciji

$$\begin{array}{ll}
 Y_{k1} = 0,00 + Y & X_{k1} = 0,00 + X \\
 Y_{k2} = 0,00 - Y & X_{k2} = 0,00 + X \\
 Y_{k3} = 0,00 - Y & X_{k3} = 0,00 - X \\
 Y_{k4} = 0,00 + Y & X_{k4} = 0,00 - X
 \end{array}$$

Naprijed smo kazali da su ranije dobijene pravougule Gaus-Kriggerove koordinate približne, što znači da moramo doći do tačnih pravougljih Gaus-Kriggerovih koordinata. Da bi dobili tačne pravougule koordinate moramo, koristeći Helmertovu transformaciju, sve lokalne koordinate lista TK75 dobijene u poliedarskoj projekciji ponovo transformisati u pravougule Gaus-Kriggerove koordinate. Koristeći 4 zajedničke trig. tačke koje su imale lokalne koordinate u odnosu na koordinatni sistem lista TK75 u poliedarskoj projekciji i pravougule Gaus-Kriggerove koordinate u Gaus-Kriggerovoj projekciji izvršili smo transformaciju i dobili tačne pravougule Gaus-Kriggerove koordinate svih tjemena šesnaestina i prelomnih tačaka granične linije dobijenih digitalizacijom austrougarskih planova.

| broj tačke | Y poliedarska projekcija | X poliedarska projekcija | Y Gaus-Kriggerova projekcija | X Gaus-Kriggerova projekcija | Y transformisano | X transformisano | Vy m | Vx m |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------|------------|-------|
| 1k | 20049,13 | 13887,73 | 6328583,19 | 4875116,62 | 20049,12 | 13888,83 | 0,01 | -1,10 |
| 2k | -20049,13 | 13887,73 | 6366668,24 | 4874186,43 | -20049,11 | 13886,73 | -0,02 | 1,00 |
| 3k | -19964,75 | -13887,73 | 6367224,57 | 4901959,68 | -19964,70 | -13886,74 | -0,05 | -0,99 |
| 4k | 19964,75 | -13887,73 | 6327298,45 | 4902890,07 | 19964,69 | -13888,82 | 0,06 | 1,09 |
| KARTA 29 XIV | | | | | | | | |
| Razmjera: | | | Srednja geška | | | | | |
| M=1:999,81 | | | M=1:046m | | | | | |
| tačke granice | Digitalizirane koordinate izla granice linija u Gaus-Kriggerovoj projekciji | | | | Transformirane koordinate tačke granice linija u Poliedarskoj projekciji | | | |
| | Y | | X | | Y | | X | |
| 61000 | 6357531,18 | | 4901980,76 | | -10 275,28 | | -13 682,57 | |
| 61003 | 6357554,00 | | 4901946,15 | | -10 298,89 | | -13 648,51 | |
| 61002 | 6357570,91 | | 4901908,99 | | -10 316,66 | | -13 611,76 | |
| 61001 | 6357579,60 | | 4901871,28 | | -10 326,22 | | -13 574,27 | |

SI-14. Transformacija koordinata

Gore rečeno je urađeno Helmertovom transformacijom u obrascima, sl. 14 i 15.

| Date tačke | Y gaus-krigerova projekcija | X gaus-krigerova projekcija | Y podjednaka projekcija | X podjednaka projekcija | Y transformisano | X transformisano | Vy m | Vx m |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------|---------|
| 34 | 6355 288,07 | 4901 388,12 | -7923,00 | -13118,10 | 6 355 288,15 | 4901 384,49 | -0,08 | 3,63 |
| 537 | 6362 280,70 | 4900 685,18 | -14950,00 | -12587,40 | 6 362 283,02 | 4900 687,88 | -2,32 | -2,75 |
| 519 | 6357 720,85 | 4891 777,60 | -10598,40 | -3575,80 | 6 357 718,45 | 4891 778,48 | 2,40 | -0,88 |
| | | | | | KARTA 29-XIV | | | |
| | Razmjera tačkasta = 1:1000000 | | | | Srećnja greska M=4044 m | | | |
| Tačke Granice | | | koordinatske granice linije u Polarskoj projekciji (iz pseudocilindrične transformacije) Y X | | definitivne koordinate tačaka granice linije u Gaus-Krugerovoj projekciji Y X | | | |
| 61000 | | | - 10 275,28 | - 13 682,57 | 6357633,88 | 4901853,47 | | |
| 61003 | | | - 10 298,89 | - 13 648,51 | 6357656,69 | 4901858,84 | | |
| 61002 | | | - 10 316,66 | - 13 611,75 | 6357673,39 | 4901821,67 | | |

SI-15. Transformacija koordinata

Na slici 16 prikazan je obrazac u kome se računaju definitivne koordinate tačaka detalja razmjere 1:6250.

| UMJE PODSTAKA | | GAUS-KRUGER | | | | ČHRADA PODSTAKA | | List detalja 1:6250 |
|---------------|---------------|-------------|------------|---------|--------------|-----------------|-------------------|------------------------|
| prava | date tačke | Y | X | d | Y | X | računate tačke | |
| 1 | 1 | 6329410,90 | 4843028,76 | d(1-2) | 6 529 313,90 | 4838 915,22 | 1 | 30-XIX-5_c_4 |
| | 2 | 6329216,90 | 4872801,69 | 2568,44 | | | | |
| 2 | 1 | 6327202,98 | 4858900,48 | d(2-3) | 6 531 882,28 | 4838 933,16 | 2 | |
| | 2 | 6367382,14 | 4859181,13 | 1735,93 | | | | |
| 3 | 1 | 6331979,28 | 4845046,70 | d(3-4) | 6 531 870,15 | 4860 669,06 | 3 | |
| | 2 | 6331785,28 | 4872819,63 | 2568,44 | | | | |
| 4 | 1 | 6327196,10 | 4860636,41 | d(4-1) | 6 529 301,77 | 4860 651,12 | 4 | |
| | 2 | 6367364,76 | 4860916,98 | 1735,94 | | | | |
| 1 | 1 | 6329410,90 | 4843028,76 | | | | | |
| | 2 | 6329216,90 | 4872801,69 | | | | | |

Sl. 16. Računanje koordinata tjemena lista R = 6250

Redosljed rada

Na registru-šemi podjele listova karte 1:75000 obilježimo listove 1:6250 koje treba sračunati;

U programu UTM sračunamo pravougule koordinate četiri tačke karte 1:75000;

Sračunamo strane karte 1:75000 u poliedarskoj projekciji;

Sračunamo koordinate tjemena karte u poliedarskoj projekciji;

U TO br. 8 unesemo koordinate trigonometrijskih tačaka koje ulaze u transformaciju

Sračunamo Helmertove transformacije i to jednom poliedarske koordinate;

Naspram privremenih Gaus-Kriggerovih koordinata karte 1:75000 a drugi put;

Stavimo u relaciju trigonometrijske tačke poliedarske i Gaus-Kriggerove projekcije;

Računamo komponente strana u TO br. 8 što mora zadovoljiti uslov da je

$dydy+dx dx=2568,44$ ili $dydy+dx dx=1735,94$;

Prelazimo na formiranje pravih koje čine kartu 75000 tj. listove 6250 a na osnovu

Helmertovih koordinata tačaka karte 1k, 2k, 3k, 4k;

Presjekom četiri prave simultano računamo listove 1:6250. Sl. 16.

Zaključak:

Dugo je vremena bilo potrebno da se nađe put i način rješenja naprijed navedenog zadatka. Kada se našao način rješenja onda se odlučilo da se, radi kontrole metode rada, radi na dva naprijed navedena načina, nezavisno jedan od drugog. Ustanovljeno je da se pojavila razlika u pravougljim Gaus-Kriggerovim koordinatama tjemena šesnaestina i to po Y-osi od 0,04m do 0,60m a po X-osi od 5,00m do 35,00m, dok su se pravougule koordinate svih tjemena lista, kao i centra koordinatnog početka lista TK 75 slagale u centimetar. Naše je mišljenje da su se te razlike pojavile po X-osi zato što je veličina luka paralele nad tetivom oko 24m iako je razlika dužine između tetive sračunate u Gaus-Kriggerovim koordinatama i luka paralele razlikuje u centimetrima, a u drugom načinu uključila se i poliedarska projekcija. Obzirom da je po drugom načinu vršena podjela na šesnestine na isti način kao za vrijeme Austrougarskog premjera predlažemo ga za primjenu u praksi a prvi način za kontrolu postupka i rezultata rada.

Ovdje bi trebalo reći sa kakvom su tačnošću izvršena računanja u ovom radu. Računanja dužina strana karte u Poliedarskoj i Gaus-Kriggerovoj projekciji su sasvim tačna, to i nije problem ovog zadatka. Najveći problem u ovome radu je prelazak Pariz-Fero-Grinič sa jednoga na drugi polazni meridijan. Navedena razlika $2^{\circ} 20' 13'',98$ sigurno nije dovoljno tačna za ovakva izračunavanja pa čitajući priloženu literaturu razni autori za razne datume daju i različite razlike po λ a i po φ . Orijentacija stare austrougarske i naše staro jugoslovenske trijangulacije nije saglasna. Inače bi se moglo reći da ako se govori o nekom kartografsko-geodetskom kontinuitetu pravljene su greške i nisu se grubo rečeno držale veze. Iz gore navedenih razloga nije moguće naći takvu vezu ove dvije ne samo projekcije već i njihova okruženja kao naprimjer orijentacija i razmjera trijangulacija, pa se nije moglo ići a ni naći veza za preračunavanje koordinata. Iz gore navedenih razloga nameće se rješenje da se ide na transformaciju u oba sistema i projekcije što je dalo dobre rezultate.

Oba gore navedena autora za rješenje navedenog zadatka su koristili savremene kompjutorske mogućnosti. Zadatak je riješen uglavnom u Excelu i njegovom VBA. Napominjemo da se ovako kompleksan zadatak nebi ni mogao riješiti bez usluga koje pruža savremena kompjutorizacija. Želja nam je bila ne da pokažemo kako smo mi nešto riješili već da ukažemo na potrebu što eksplicitnijeg rješenja ovoga zadatka u kontekstu rješenja vlasničkih odnosa i eventualne restitucije nekretnina.

Literatura:

- Borčić, B.: Gaus-Kriggerova projekcija meridijanskih zona, Zagrebačko Sveučilište, Zagreb 1976
- Cisar, J.: Geodezija II Praha,
- Jovanović, V.: Matematička kartografija, VGI, Beograd 1983
- Justinijanović, J.: Sferna trigonometrija, Tehnička knjiga, Zagreb 1969
- Moritz, H.: Fizička geodezija, Građevinski fakultet Beograd – Institut za geodeziju, Beograd 2000
- Muminagić, A.: Viša geodezija I, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo 1981
- Peterca, M; Radošević, N.; Milisavljević, M; Racetin, F.: Kartografija, Vojno geografski institut, Beograd 1974
- Schreiber, O.: Konforme Dopelsprojektion, Trigonometrishen abthelung der landesaufnahme, Berlin 1897
- Svečnikov, N.: Viša geodezija, treće izdanje, Savez inženjera i geometara FNRJ, Beograd 1957
- Šobić, D.: Matematička kartografija, Geografski institut Jugoslovenske narodne Armije, Beograd 1955
- Živković, I.: Topografski planovi, Zavod za izdavanje udžbenika, Beograd 1965

Sažetak:

Ovaj članak imao je za cilj da pokuša objasniti kako se može doći do pravougljih Gaus Krigerovih koordinata tjemena katastarskih planova starog Austrougarskog premjera. U našem slučaju šesnaestina tj listova razmjere 1:6250.

Ovo je bilo potrebno da bi se mogla granična linija državne granice pomoću dobijenih koordinata prenijeti na teren. Zadatak je rađen na dva naprijed navedena načina koji su međusobno dali zadovoljavajuće rezultate.

Determination of rectangular coordinates for break points of the Bosnia and Herzegovina's border line on Austro-Hungarian maps (scale 1:6250)

Abstract:

This article wants to show how to reach rectangular Gauss-Krüger coordinates of vertexes on Cadastral maps from Austro-Hungarian period (in our case 1/16 – scale 1:6250 each). We need this since it is necessary to transfer these points into the field. This task was realized in two ways and both of them gave satisfactory results.