

Nedim Tuno \*

UDK 528.022  
Pregledni rad**ANALIZA TAČNOSTI MJERENJA PRAVACA ELEKTRONSKIM  
TEODOLITOM****Uvod**

Sve veći i složeniji zahtjevi gotovo svih grana privrede postavljaju pred geodeziju veoma kompleksne zadatke. Od geodetske struke se očekuje i traži da se u što kraćem vremenu i uz što manja ulaganja finansijskih sredstava, postigne tražena tačnost u postavljanju geodetskih osnova, kako za potrebe premjera tako i za potrebe raznih inženjerskih radova.

Elektronski računari su omogućili da se postigne visok stepen automatizacije obrade podataka geodetskih mjerenja, tako da je ona neuporedivo brža nego ranije.

Rad na terenu je znatno ubrzan i pojednostavljen razvojem elektronskih instrumenata sa automatskom registracijom rezultata mjerenja. Kod njih ne samo da otpada potreba za zapisivanjem rezultata nego su izbjegnute i lične greške čitanja, te omogućen prenos podataka u računar na dalju obradu. Osim toga, većina elektronskih instrumenata može automatski kompenzirati instrumentalne greške.

I pored toga, terenski radovi vezani za mjerenja u geodetskim mrežama zadržali su veliki obim posla i time dosta utiču na formiranje cijene rada.

Sve do 1991. godine, Odsjek za geodeziju Građevinskog fakulteta u Sarajevu, obavljao je u dužem vremenskom periodu mjerenja u triangulacionoj mreži za izradu "Studije o ispitivanju deformacija terena na rudniku soli Tušanj u Tuzli". Mjerenja su vršena klasičnim preciznim teodolitom Wild T-3, girusnom metodom u 6 girusa.

Nakon 10 godina, u aprilu 2002. godine, izvršena su mjerenja u triangulacionoj mreži, ali ovaj put sa elektronskim teodolitom Leica T1800.

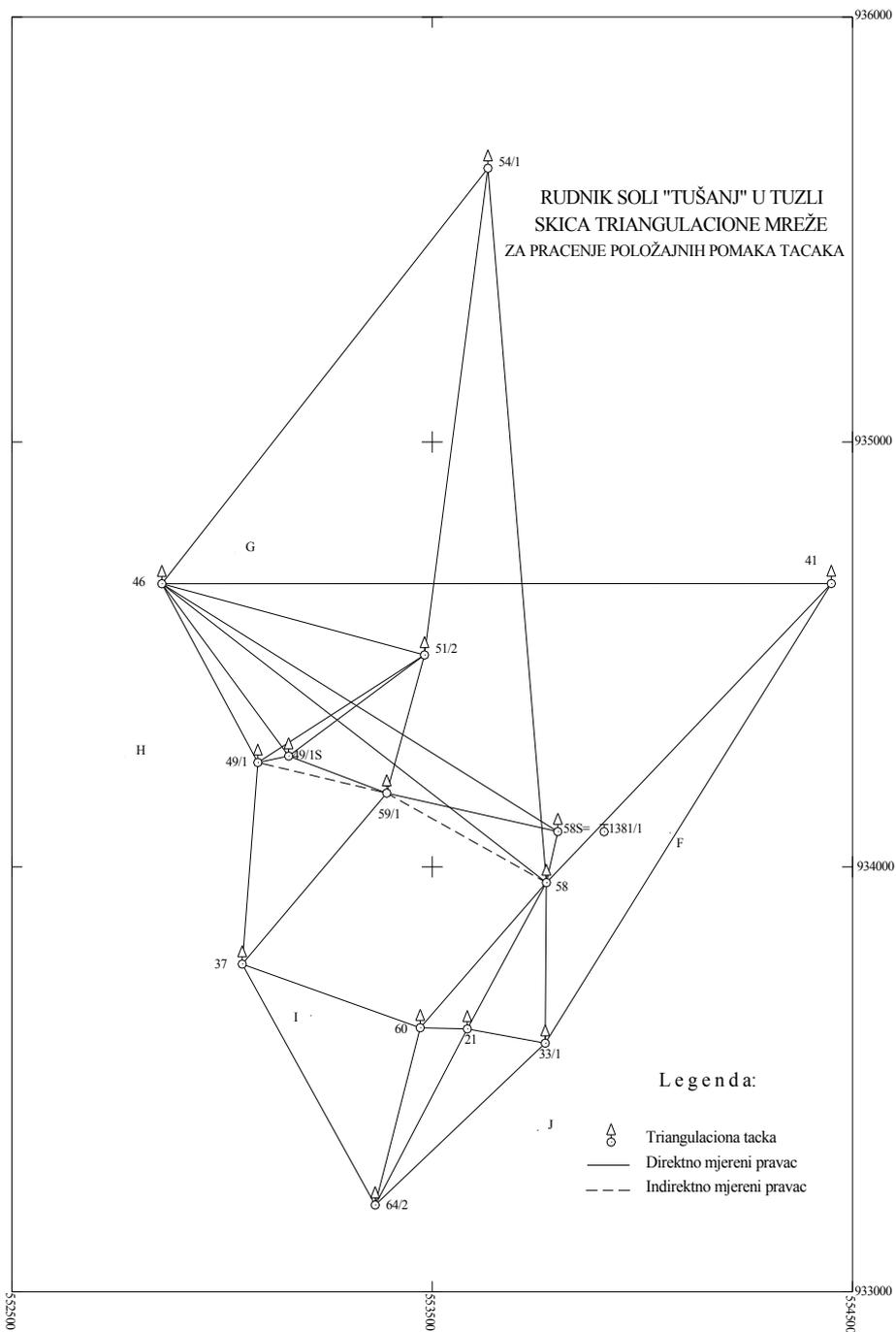
Nameće se pitanje da li je opravdano određivanje koordinata tačaka na osnovu mjerenja pravaca u 6 girusa, ako su opažanja vršena savremenim elektronskim teodolitom Leica T1800. Odgovor na ovo pitanje dobit ćemo analizom rezultata izravnjanja mreže u funkciji broja girusa.

**Triangulaciona mreža za potrebe praćenja položajnih i visinskih pomaka tačaka na širem području rudnika "Tušanj" u Tuzli**

Triangulaciona mreža (slika 1) prostorno pokriva područje šire nego što je granica eksploatacionog polja. Ovakav pristup je napravljen u cilju osiguranja određenog broja stabilnih triangulacionih tačaka, tj. tačaka koje se nalaze na području koje nije ugroženo deformacijama terena. Triangulaciona mreža je definisana sa 14 tačaka a prikazana je na slici 1. Prosječna dužina triangulacione strane iznosi 0.7 km. Uglovna mjerenja u mreži izvršena su elektronskim teodolitom Leica T1800 girusnom metodom. Sva mjerenja horizontalnih uglova (pravaca) su obavljena u šest girusa. Uglovna mjerenja su izvršena u vremenskom periodu od 7 dana. Ovako kratak period mjerenja osigurava da eventualni uticaj deformacija terena na rezultate mjerenja nema praktičnog značaja.

---

\* Asistent Nedim Tuno, dipl.inž.geod., Građevinski fakultet Sarajevo  
e-mail: nedim\_tuno@gf.unsa.ba



Slika 1

### Elektronski teodolit LEICA T1800



Slika 2

Elektronski teodolit LEICA T1800 se pojavio 1995. godine kao nasljednik starije serije T2000. Namijenjen je za mjerenje uglova u triangulacionoj i poligonometrijskoj mreži, astronomska opažanja, razne radove u inženjerstvu (iskolčenje, praćenje deformacija građevinskih objekata), itd. Mogućnosti primjene se znatno uvećavaju ako se na durbini teodolita montira elektronski daljinomjer. Instrument je snadbjeven nizom programa, tako da je rezultate mjerenja moguće obraditi i kontrolisati na terenu. Tačnost mjerenja pravca (po navodima proizvođača) iznosi 1".

U poređenju sa T-3 i ostalim optičkim teodolitima, T1800 i ostali slični elektronski teodoliti imaju čitav niz prednosti. Navedimo najbitnije:

- Automatsko mjerenje pravaca. Automatsko mjerenje eliminiše greške čitanja podjele limba. Pravci se određuju jednovremenom integracijom signala sa podjele cijelog limba te su na taj način eliminisane greške podjele limba. Mjerenje se izvodi sa dva para fotodioda, postavljenih dijametralno suprotno, pa je izbjegnuta i greška ekscentričnosti limba.
- Automatska registracija rezultata mjerenja. Zahvaljujući automatskoj registraciji, otpadaju greške koje mogu nastati prilikom zapisivanja mjerenih podataka. Registrovani podaci se nakon mjerenja prenose na računar i automatski obrađuju.
- Dvoosni automatski kompenzator. Ovaj kompenzator uz ugrađeni mikroprocesor omogućuje da se mjeri nagib alhidadne ose u pravcu durbina i pravcu durbinove obrtne ose. Iz tih vrijednosti se automatski računa i dodaje popravka mjerenih pravaca tako da se na ekranu dobija popravljeni pravac, oslobođen uticaja greške nevertikalnosti vertikalne ose instrumenta.

### Izravnanje slobodne triangulacione mreže definisanjem optimalnog datuma

Pod slobodnom triangulacionom mrežom podrazumijeva se mreža u kojoj ni za jednu tačku nisu poznate koordinate. Slobodna mreža je, dakle, takva mreža u kojoj je međusobni položaj tačaka određen samo na osnovu mjerenja, odnosno relativnih veličina.

Stepeni slobode mreže uzrokovat će da je matrica koeficijenata normalnih jednačina  $N$  singularna, tj.  $\det N = 0$ . Zbog toga je rješenje normalnih jednačina neodređeno.

Klasičan postupak geodetske prakse pri izravanju slobodnih mreža kod posrednog izravnjenja sastoji se u tome da se ukloni defekt matrice  $N$ . Tako u triangulacionoj mreži pravaca moramo dvije tačke, dakle četiri elementa ( $y_1, x_1, y_2, x_2$ ) proglašiti datim. U navedenom postupku, međutim, nedoumice izaziva činjenica tretmana datih tačaka u mreži. Naime, u procesu mjerenja sve tačke su imale isti tretman, a u izravanju na ovaj način izvjestan broj tačaka dobiva specijalni status – proglašavaju se bezpogrešnim. Izbor datih tačaka proizvoljan je u procesu izravnjenja. Različitim izborom datih tačaka dobit će se različita rješenja normalnih jednačina.

U novije vrijeme slobodne mreže se izravnjavaju definisanjem optimalnog datuma. U tom postupku se koordinate svih tačaka mreže smatraju nepoznatim i dobijaju popravke. Jednačine grešaka i normalne jednačine se formiraju na uobičajeni način:

$$V = A_s X + F$$

$$N_s X + H_s = 0 \quad (N_s = A_s^t Q_{ll}^{-1} A_s ; H_s = A^t Q_{ll}^{-1} A_s)$$

Defekt matrice  $N_s$  normalnih jednačina uklanja se uvođenjem dodatnog uslova:

$$X^t X = \min$$

U tom slučaju matrica kofaktora dobija slijedeći izgled:

$$\bar{Q}_{xx} = (N_s + G_1 G_1^t)^{-1} - G_1 G_1^t$$

gdje je (za triangulacionu mrežu u kojoj su mjereni samo pravci):

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{b} & 0 & cx_1'' & -cy_1'' \\ 0 & 1/\sqrt{b} & cy_1'' & cx_1'' \\ 1/\sqrt{b} & 0 & cx_2'' & -cy_2'' \\ 0 & 1/\sqrt{b} & cy_2'' & cx_2'' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/\sqrt{b} & 0 & cx_s'' & cy_s'' \\ 0 & 1/\sqrt{b} & cy_s'' & cx_s'' \end{pmatrix}$$

$b$  – broj tačaka u mreži  
 $x'', y''$  – koordinate tačaka s obzirom na težište lokalnog koordinatnog sistema

Rješenje normalnih jednačina je:

$$X = -\bar{Q}_{xx} H_s$$

### Analiza rezultata izravnjanja triangulacione mreže razvijene na području rudnika "Tušanj" u Tuzli

Poređenjem rezultata izravnjanja može se uočiti da su srednje greške koordinata manje ukoliko su pravci u mreži izmjereni u većem broju girusa. Razlike ovih grešaka dobijenih na osnovu izravnjanja mreže uzimanjem prva 4 i svih 6 girusa kreću se ispod 1 mm (prosječno 0.4 mm, maksimalno 0.8 mm), što navodi na vrlo dobru tačnost koordinata mreže ako su uglovi mjereni u 4 girusa. O tome svjedoče i elipse grešaka koje su prikazane na slici 4. Razlike su neznatno manje ako su pravci mjereni u 5 girusa i iznose manje od 1 mm. Srednje greške koordinata i srednje položajne greške prikazane su u tabeli 2 dok su razlike srednjih grešaka koordinata date u tabeli 3. Radi bolje preglednosti vrijednosti u tabelama su zaokružene na cijele milimetre. Na slici 3 predstavljeni su dijagrami koji grafički prikazuju odnos srednjih grešaka koordinata tačaka, u funkciji broja girusa.

Tabela 2\*

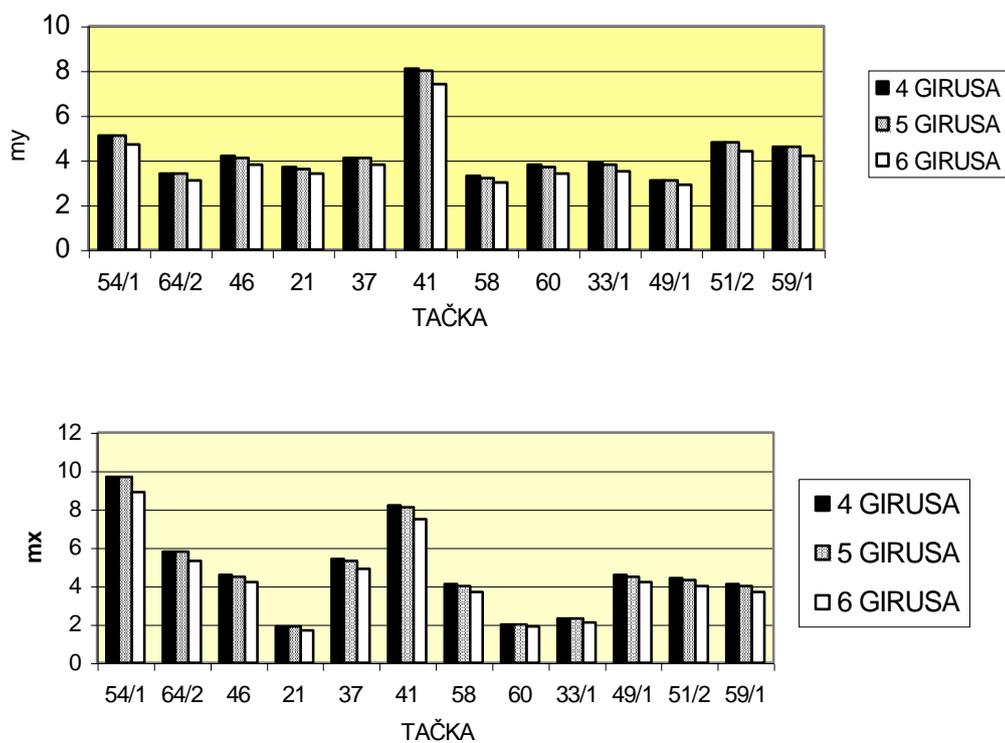
Tačka	Srednje greške dobijene na temelju izravnjanja sa 4 girusa			Srednje greške dobijene na temelju izravnjanja sa 5 girusa			Srednje greške dobijene na temelju izravnjanja sa 6 girusa		
	$m_y$	$m_x$	$m_p$	$m_y$	$m_x$	$m_p$	$m_y$	$m_x$	$m_p$
54/1	5	10	11	5	10	11	5	9	10
64/2	3	6	7	3	6	7	3	5	6
46	4	5	6	4	5	6	4	4	6
21	4	2	4	4	2	4	3	2	4
37	4	5	7	4	5	7	4	5	6
41	8	8	12	8	8	11	7	8	11
58	3	4	5	3	4	5	3	4	5
60	4	2	4	4	2	4	3	2	4
33/1	4	2	5	4	2	4	4	2	4
49/1	3	5	6	3	5	6	3	4	5
51/2	5	4	7	5	4	6	4	4	6
59/1	5	4	6	5	4	6	4	4	6

\*sve vrijednosti su izražene u mm

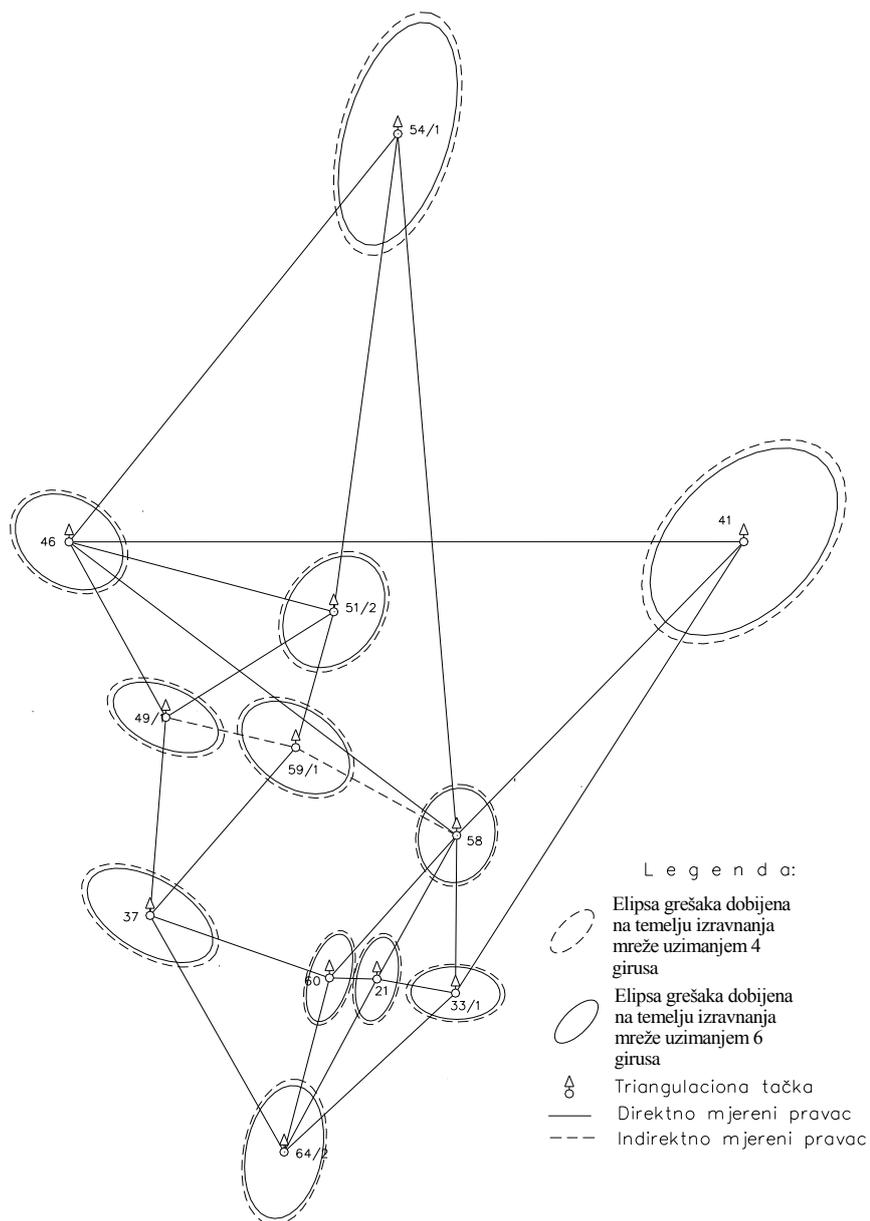
Tabela 3\*

Tačka	$m_y[5]-m_y[4]$	$m_x[5]-m_x[4]$	$m_y[6]-m_y[5]$	$m_x[5]-m_x[4]$	$m_y[6]-m_y[4]$	$m_x[5]-m_x[4]$
54/1	0	0	0	-1	0	-1
64/2	0	0	0	-1	0	-1
46	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	-1
41	0	0	-1	-1	-1	-1
58	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
33/1	0	0	0	0	0	0
49/1	0	0	0	0	0	0
51/2	0	0	0	0	0	0
59/1	0	0	0	0	0	0

\*sve vrijednosti su izražene u mm



Slika 3



Slika 4

### Zaključak:

Predstavljena triangulaciona mreža izravnata je kao slobodna mreža definisanjem optimalnog datuma, uzimanjem pravaca koji su formirani kao sredine iz 4, 5 i 6 girusa.

Upotreba analognih teodolita je zahtijevala da se pravci mjere u 6 girusa, kako bi se u što većoj mjeri eliminisale instrumentalne greške, kao i greške viziranja i čitanja vrijednosti mjerenja. Elektronski teodoliti automatski kompenziraju instrumentalne greške pa se opravdano postavlja pitanje je li moguće dobiti kvalitetne rezultate, odnosno istu tačnost, s manjim brojem ponavljanja mjerenja.

Cilj ovog rada je ispitivanje utjecaja broja mjerenja (girusa) u datoj triangulacionoj mreži na tačnost koordinata tačaka. Mjerenje u manjem broju girusa traži manje rada na terenu i uvećava ekonomičnost geodetskih poslova. Osim toga, kod nekih radova kao što je određivanje horizontalnih pomaka terena vremenski period mjerenja treba biti što kraći kako eventualni uticaj deformacija terena na rezultate mjerenja ne bi imao praktičnog značenja.

Mjerenje pravaca u prikazanoj mreži izvršeno je preciznim elektronskim teodolitom Leica T1800 sa visokom tačnošću. To pokazuje *a priori* i *a posteriori* ocjena tačnosti mjerenja (pravaca) i govori da su i dobijeni rezultati izravnanja takođe visoke tačnosti.

IZRAVNANJE MREŽE 1991. g.	
Teodolit	Wild T-3
Broj girusa	6
Srednja greška pravca <i>a priori</i>	1".68
Srednja greška pravca <i>a posteriori</i>	1".95

IZRAVNANJE MREŽE 2002. g.			
Teodolit	Leica T1800		
Broj girusa	4	5	6
Srednja greška pravca <i>a priori</i>	1".10		
Srednja greška pravca <i>a posteriori</i>	1".53	1".52	1".40

Ako se pravci mjere u 6 girusa onda je u ovoj mreži potrebno izvršiti 336 mjerenja. U praksi je to dosta obiman posao, čak i ako bi se koristili teodoliti sa motorizovanim osovinama.

Nasuprot tome, mjerenje pravaca u manjem broju girusa je brže, operator se kraće zadržava na stanici te se može održati stabilnost uslova tokom opažanja. Ako se pravci opažaju u 5 girusa onda ih u prikazanoj mreži treba izmjeriti 280, a u slučaju mjerenja u 4 girusa svega 224, što predstavlja efektivno smanjenje terenskih mjerenja za 1/3!

Izravnanje mreže sa pravcima mjerenim u 4 girusa dalo je dosta dobre rezultate. Njih oslikavaju srednje greške dobijene na osnovu ocjene tačnosti izravnatih koordinata točaka triangulacijske mreže. One su u prosjeku za 0.4 mm veće od srednjih grešaka koordinata dobijenih iz izravnanja uzimanjem 6 girusa. Neznatno bolji rezultati su postignuti sa pravcima mjerenim u 5 girusa.

Navedeno pokazuje da je uz upotrebu preciznog elektronskog teodolita opravdano vršiti mjerenje pravaca u 4 girusa, ako su u pitanju precizni radovi kakvi se izvode za potrebe ispitivanja slijeganja terena na lokalitetu rudnika soli "Tušanj" u Tuzli.

#### **Literatura:**

GALIĆ, Z., 2002. Studija o praćenju položajnih i visinskih pomaka točaka na širem području rudnika "Tušanj" u Tuzli. Sarajevo: Institut za geodeziju i geoinformatiku Građevinskog fakulteta.

KAPETANOVIĆ, N., 2000. Analiza pomaka i deformacija objekata, skripta. Sarajevo: Građevinski fakultet.

TUNO, N., 2002. Diplomski rad na temu: "Prilog ispitivanju tačnosti mjerenja pravaca u triangulacionoj mreži posebnih namjena". Sarajevo: Građevinski fakultet.

<http://www.leica.com>

#### **Sažetak:**

U radu je analizirana tačnost mjerenja pravaca preciznim elektronskim teodolitom u triangulacionoj mreži. Dokazuje se kako je kvaliteta koordinata mreže praktično ista ako se izravnanje vrši sa pravcima dobijenim mjerenjem u 4, 5 ili 6 girusa. Mjerenjem pravaca u manjem broju ponavljanja znatno se smanjuje rad na terenu što znači povećanje ekonomičnosti geodetskih poslova kao i eliminaciju utjecaja pomjeranja zemljišta na rezultate mjerenja, ako se opažanja vrše u mrežama za ispitivanje deformacija terena.

#### **ANALYSE OF ACCURACY OF ANGLE MEASUREMENT WITH ELECTRONIC THEODOLITE**

#### **Abstract:**

This article deals with the problem of accuracy of angle measurements in triangulation network if observations are taken with precise electronic theodolite. Opto-mechanic (analogue) theodolites required that high precision angle measurements must be taken with a large number of repetitions in order to eliminate instrumental errors. With usage of modern electronic theodolites with automatic compensation of the instrumental errors it is possible to achieve the same or better accuracy with smaller number of repetitions compared to corresponding analogue theodolites. This means that work in the field is significantly faster and that is very important if measurements are taken in the special triangulation networks developed for monitoring the soil deformations.