7. Učesnici savjetovanja preporučuju da Stalna konferencija gradova Jugoslavije Predsjedništva Saveza geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije obavijesti republičke, pokrajinske i opštinske skupštine i njihove odgovarajuće organe, kao i ostale zainteresirane organizacije, o dosadašnjem radu na ovom problemu i o prijedlogu koji će proizići iz rada interdisciplinarne radne grupe, kako bi se moglo prići donošenju potrebnih propisa iz ove oblasti.

Tadić ing.Fabijan
v.prof.Gradj.fakulteta

O IZRAVNANJU POLIGONIH VLAKOVA

- po prostoj metodi -

U geodetskoj praksi izravnavanje poligonih vlakova vršimo u dva dijela: izravnavanjem uglova i izravnavanjem dužina, odnosno koordinatnih razlika.

Svakom izravnavanju je povod neslaganje (odstupanje), a samo izravnavanje zasniva se na pretpostavkama, koje ničim ne mogu biti dokazane. Ako je npr. suma mjerenih dužina veća nego što treba tada sve dužine skraćujemo proporcionalno njihovim veličinama. Isti je slučaj i sa sumom kutova, kao i svih drugih veličina. Teoretske pretpostavke se jednostavno zanemaruju i izravnavanje se vrši zavisno od predznaka odstupanja izvršenih mjerenja od uslovno zadanih veličina.

Medjutim, teorija nas uči da su greške različitog predznaka čas pozitivne, čas negativne i kažemo da je dobro ono mjerenje čija je suma kvadrata odstupanja od pojedinih mjerenja najmanja (minimum) - po teoriji "najmanjih kvadrata", ili je suma odstupanja jednaka nuli - po teoriji "aritmetičke sredine". Ovako - teoretski dobiveno mjerenje nazivamo "najvjerovatnijom" (stvarnom) vrijednosti mjerene veličine. Pa ipak, i pored sveg nastojanja da dobijemo što tačnija pojedinačna mjerenja, dešava se da su neka od njih veća, druga manja, pa treća opet veća i td. - od svojih stvarnih veličina, da bi na kraju suma tih veličina bila veća ili manja od neke zadane - stvarne veličine. Izravnavanjem dodajemo svakoj mjerenoj veličini popravku, razbacujući neslaganje proporcionalno mjerenoj veličini ili njezinoj težini, ali - svakoj sa istim predznakom, koji je jednak predznaku odstupanja. Očito je da, dok jedne veličine ovim postupkom stvarno popravljamo, druge veličine - čije su greške suprotnog predznaka - još više kvarimo. Ali, koje su to veličine koje kvarimo - to je ono što nikada ne možemo saznati. Stoga izra vnavanje ima više teoretski značaj, zasnovan na pretpostavkama koje rezultiraju iz konačnih rezultata mjerenja (suma ili razlika), a ne stvarnih zbivanja pri mjerenju.

Izravnavanje uglova

Izravnavanje uglova u poligonom vlaku vršimo na taj način da, polazeći od pretpostavke da su svi uglovi mjereni istom tačnošću, odstupanje razbacujemo podjednako na sve mjerene uglove, tj. svaki mjereni ugao popravljamo za veličinu V_β, koja je jednaka $V_\beta = f_\beta/n$, gdje je f_β ukupno odstupanje u vlaku, a n = broj mjerenih uglova u poligonom vlaku. Ovakav način izravnavanja uglova ima svoje opravdanje pod uslovom da su sve dužine poligonih strana u vlaku jednake ili bar približno jednake. Medjutim, to najčešće nije slučaj. Kao prvi i najbolji primjer za ovu tvrdnju može nam poslužiti izravnavanje poligonog vlaka I reda, koji je na svom početku i kraju vezan za trigonometrijske tačke. Ako pretpostavimo da su poligone strane izmedju poligonih tačaka približno jednake, možemo očekivati da će i mjerenje prelomnih kutova biti iste tačnosti, pa logično je da i popravke tih kutova budu iste. Medjutim, vezni uglovi ovog vlaka po svojoj tačnosti nisu isti sa prelomnim, pošto kraci ovih uglova nisu jednaki - jedan je kraći i jednak dužini poligone strane, a drugi duži i jednak je dužini trigonometrijske strane.

Tačnost odredjivanja veličine nekog ugla ovisi, prije svega, od tačnosti i ispravnosti instrumenta (teodolita) kojim vršimo mjerenje. Ali, pod pretpostavkom da sve uglove u jednom vlaku mjerimo sa jednim te istim teodolitom tad će tačnost ovisiti od tačnosti centrisanja, viziranja i čitanja na teodolitu. Ako je teodolit ispravan tačnost čitanja će uglavnom ovisiti od veličine podatka instrumenta, a manje od lica koje vrši čitanje. A zatim, ako u jednom vlaku mjerenje uglova na svim stanicama vrši jedno te isto lice i sa jednim te istim instrumentom, onda se i ta greška - lična greška operatora može zanemariti, jer se, u suštini, čitanjem na dva pravca (kraka) jednog ugla ona sama eliminiše. Ostaju, medjutim, greške centrisanja i viziranja, koje su glavni izvori grešaka mjerenih uglova u jednom vlaku.

Pod pretpostavkom ispravnog rukovanja sa instrumentom,loše centrisanje i viziranje različito će djelovati na tačnost odredjivanja apsolutne veličine ugla koji mjerimo. Uticaj veličine greške centrisanja, kao i viziranja, na veličinu mjerenog ugla biće veći viziranjem na bliže, a manji na udaljene tačke, dok će na tačke sa jednakim udaljenostima od instrumenta ovaj uticaj biti približno isti. Istina, greška pojedinog pravca i u ovom slučaju neće biti jedna drugoj jednaka, pošto će svaka od njih zavisiti od smjera greške centrisanja u odnosu na mjerene pravce, ali se ta razlika u ovom slučaju može zanemariti. Iz toga slijedi da će i greške u uglovima sa jednakim kracima biti jednake, a u uglovima sa različitim kracima - različite, pa samim time biće različite i njihove popravke u postupku izravnanja.

Izravnavanju uglova na dosad uobičajeni način pristupa se ravnomjernim razbacivanjem greške na sve mjerene uglove iz čistog razloga što je to dosadašnja praksa usvojila na temelju propisa Pravilnika za geodetske radove. Medjutim,Pravilnik ovakav postupak propisuje, prije svega, za radove manje tačnosti i pod uslovom da su stranice poligonog vlaka približno jednake. Istina, i Pravilnik ovdje zaboravlja da stranice - kraci veznih uglova u vlacima I reda nisu gotovo nikada jednaki (jedan je jednak dužini poligone, a drugi dužini trigonometrijske strane). Medjutim, Pravilnik, svjesno ili nesvjesno, prelazi preko toga i propisuje izravnavanje i veznih i prelomnih uglova na isti način, tj. propisuje istu veličinu popravke i za jedne i za druge uglove. Ovo ima svog praktičnog značaja, jer pojednostavljuje postupak rada, i, ako se radi o čisto praktičnim radovima namijenjenim za premjer i izradu planova, s obzirom na tačnost koja se pri tome traži, - ima i svog opravdanja. Medjutim, praktičari ovakav postupak primjenjuju vrlo često i u gotovo svim slučajevima geodetskih radova, bez obzira na njihovu namjenu.

U primjenjenoj geodeziji - geodeziji u gradjevinarstvu i drugim strukama, gdje se traži velika tačnost odredjivanja položaja tačaka, ovakav postupak izravnavanja uglova je sasvim pogrešan i dovodi do pogrešnih i nerealnih rezultata i zaključaka. Isti je slučaj i sa izravnavanjem dužina (koordinatnih razlika), o čemu će ovdje, takodjer, biti govora.

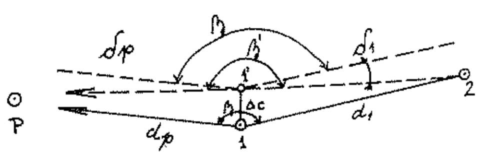
Centrisanje instrumenta možemo obaviti na dva načina i to:
- običnim viskom i optičkim viskom.

Centrisanjem sa običnim viskom možemo postići tačnost (po mirnom vremenu, bez vjetra) u granicama od oko $\pm$ 4-5 mm, dok sa optičkim viskom ta tačnost se kreće u granicama od 1-2 mm, što opet zavisi od njegove ispravnosti.

Na običnim geodetskim radovima primjenjujemo obični visak i tačnost centrisanja sa njim kod tih radova zadovoljava. Medjutim, kod radova primjenjene geodezije obavezno se primjenjuje optički visak. Ovaj visak, prije svega, mora biti ispravan - ispitan i rektificiran. Njegovo ispitivanje i rektifikacija obavlja se na već poznati način, zavisno od konstrukcije instrumenta, odnosno od položaja optičkog viska na njemu. Pa ipak i sa najispravnijim optičkim viskom nismo u mogućnosti postići veću tačnost od ± 1 mm, jer debljina njegove končanice ili prečnik kružića, njegova optička svojstva, a k tome i visina instrumenta iznad tačke centrisanja to onemogućuju.

Ako se zadržimo na tačnosti centrisanja od ± 1 mm. i analiziramo uticaj te greške na tačnost mjerenog ugla, odnosno mjerenih pravaca tog ugla, isključujući grešku viziranja, dolazimo do zaključka da će ta greška centrisanja na pravcima npr. od 200 m. izazvati grešku ugla od 1 sekunde, dok će na pravcima od 20 m. ona biti 10 sekundi, a na 50 m. 4 sekunde i td.

Uzmimo npr. da u gradjevinarstvu treba da odredimo položaje tačaka nekog profila čija su medjusobna odstojanja po 20 m. Neka je profil uključen izmedju dviju čvrstih - ranije odredjenih trigonometrijskih ili drugih tačaka. Po pravilu, poći ćemo od jedne takve tačke i za orijentaciju našeg vlaka opažaćemo najprije na neku udaljenu i dobro vidljivu tačku, takodjer - čvrstu i stabilnu trigonometrijsku ili neku drugu daleku tačku. Ovome pribjegavamo iz poznatih razloga - da bi isključili grešku početnog pravca, jer je poznato da je uticaj greške i centrisanja i viziranja na daleke tačke mali i sve to manji što su tačke udaljenije. Uzmimo da je naša orijentaciona tačka udaljena oko 500 m. od instrumenta i usvojimo da je greška centrisanja 1 mm. U najnepovoljnijem slučaju, tj. kada je smjer ove greške okomit na opažani pravac, greška mjerenja ovog pravca, prema sl.1. će biti:



Sl.1.

$$\Delta c = 1{,}0 \text{ mm}, \quad \delta''_p = \frac{\Delta c}{d_p} \cdot \rho'', \quad d_p = 500 \text{ m}$$

$$\delta''_p = \frac{1}{500.000} \cdot 206.265''$$

$$\delta''_p = 0{,}4'' \doteq 0''$$

a greška, pak, mjerenja pravca na prvu tačku profila, na odstojanju od 20 m biće:

$$\begin{matrix} \Delta c = 1 \text{ mm} \\ d_1 = 20 \text{ m} \end{matrix} \quad \delta''_1 = \frac{1}{20.000} \cdot 206.265'' = 10{,}3'' \doteq 10''$$

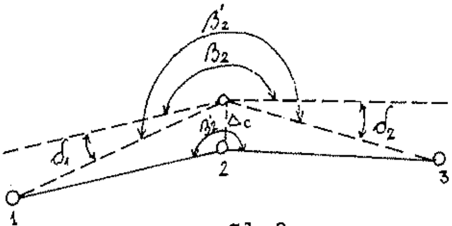
Grešku veznog ugla dobićemo prema slici 1, tj. biće:

$$\beta_1 = \beta_1' - \delta_p - \delta_1' = \beta_1' - (\delta_p + \delta_1)$$

i usvojimo li prema prednjem računu da je: $\delta_p = \pm 0{,}0$ (nula), a $\delta 1 = \delta$ greška veznog ugla biće:

$\beta = \beta' - \delta$, odnosno: $V_\beta = \delta$

Uzmimo, zatim, da je greška centrisanja uvijek u istom pravcu, greška svakog slijedećeg - prelomnog ugla, prema slici 2, biće:



Sl.2.

$\beta_2 = \beta_2' - \delta_1 - \delta_2$, ili

$\beta_2 = \beta_2' - (\delta_1 + \delta_2)$, pa ako je

$d_1 = d_2$, biće i

$\delta_1 = \delta_2 = \delta$, a zatim

$\beta_2 = \beta_2' - 2\delta$, odnosno biće

$\underline{V\beta_m = 2\delta}$

Slijedi, da bi u konkretnom slučaju greška prvog, a takodjer i drugog, ili - općenito - greške veznih uglova bile dvostruko manje od grešaka prelomnih uglova, tj. bilo bi:

$V\beta_p = V\beta_z = 1/2 \cdot V\beta_n$

gdje su $V\beta_p$ i $V\beta_z$ popravke veznih, a $V\beta_n$ popravke prelomnih uglova u vlaku.

Prema tome, u slučaj vlaka I reda popravke veznih uglova treba razlikovati od popravaka prelomnih uglova. Praktično to znači da ćemo popravke prelomnih uglova dobiti po formuli:

$V\beta_n = f\beta / (n-1)$, a

popravke veznih uglova po formuli:

$V\beta_p = V\beta_z = 1/2 \cdot V\beta_n$

Primjer:

$f\beta = +20''$
$n = 6$ stajališta (mjerenih uglova)

$V\beta_n = +20/5 = +4''$
$V\beta_p = V\beta_z = 1/2 \cdot 4'' = +2''$

Ovakav način raspodjele uglovnog odstupanja f odnosio bi se samo na poligone vlakove I reda. Raspodjela ovog odstupanja u vlakovima II i ostalih redova ostala bi i dalje ispravna prema formuli koju propisuje Pravilnik, tj.: V = = f /n, naravno samo u slučaju približno jednakih poligonih strana, jer su kod ovih vlakova pravci veznih uglova, pošto se orijentacija vrši na susjedne poligone tačke, približno jednaki dužinama strana poligonog vlaka.

Izravnavanju uglova u poligonom vlaku - općenito, moglo bi se prigovoriti da su popravke svih uglova istog predznaka (+ ili -), što nije u skladu sa zakonom vjerovatnoće. Po tom zakonu greške mjerenja bilo koje veličine su različitog predznaka i u jednom velikom broju mjerenja njihov broj je približno jednak, tj. [+] = [-] grešaka. Koje su od tih grešaka pozitivnog a koje negativnog predznaka, mi možemo zaključiti samo u slučaju više mjerenja jedne te iste veličine čiju najvjerovatniju - apsolutnu vrijednost odredjujemo kao aritmetičku sredinu iz svih mjerenja. Medjutim, ako suma tako odredjenih najvjerovatnijih vrijednosti treba da zadovolji neki uslov, kao što npr. suma mjerenih kutova u trokutu treba da iznosi 180 stepeni, onda iz tog uslova, a pogotovo ako se radi o samo jednom uslovu, možemo zaključiti samo da li su te veličine, koje smatramo najvjerovatnijim, veće ili manje od njihovih apsolutnih vrijednosti. U slučaju mjerenja uglova njihove veličine obično mjerimo u više girusa, a kao najvjerovatniju vrijednost uzimamo aritmetičku sredinu. Uporedjujući najvjerovatnije veličine sa pojedinim mjerenjima dobivamo odstupanja pojedinih mjerenih veličina od njihovih najvjerovatnijih vrijednosti, koja mogu biti + ili - predznaka. U praksi, obično, prema veličinama ovih + ili - odstupanja cijenimo o tačnosti odredjivanja najvjerovatnije vrijednosti mjerene veličine - računanjem njezine srednje greške po formuli:

$$M = \sqrt{\pm \frac{[v^2]}{n\,(n-1)}}$$

gdje je M = srednja greška aritmetičke sredine, v = odstupanje pojedinih mjerenja od aritmetičke sredine, a n = broj mjerenja jedne veličine.

Medjutim, veličina ove greške ne bi se mogla smatrati greškom apsolutne vrijednosti dotičnog ugla (ili neke druge veličine) odredjenog sa kracima koji spajaju centre pojedinih tačaka, nego greškom mjerenja ugla čije tjeme predstavlja centar limba teodolita, a kraci su mu pravci koji spajaju centar limba sa tačkama viziranja. Ova greška u suštini predstavlja rezultat grešaka čitanja i viziranja. Ako je teodolit tačno centrisan iznad tjemena takvog ugla, a signalne marke (značke) na vizurnim tačkama predstavljaju tačke na vertikalama kroz te tačke, onda je to i greška apsolutne vrijednosti veličine dotičnog ugla. U protivnom to nije slučaj. Da je to tako potvrdjuje najbolje uključivanje ovih veličina u odredjeni uslov koji mora zadovoljiti suma ili razlika tako odredjenih veličina. Dogadja se da i pored najmanje ili veoma male srednje greške sumiranih veličina, koja je usvojena kao jedino mjerilo tačnosti mjerenih veličina, njihova suma ili razlika ne zadovoljava postavljeni uslov. Uzrok ovome neslaganju, pod pretpostavkom da je teodolit, kao i sam postupak rada ispravan, leži jedino u lošem centrisanju instrumenta i značaka za viziranje, a to u suštini i jeste. Naravno, ovdje treba isključiti eventualni uticaj bočne refrakcije, koji je na otvorenom terenu neznatan i kao takav se zanemaruje, ali pri radu u tunelima ili neposrednoj blizini stijena ili masivnih objekata on može biti prilično velik i u takvim okolnostima mjerenja o njemu treba posebno voditi računa.

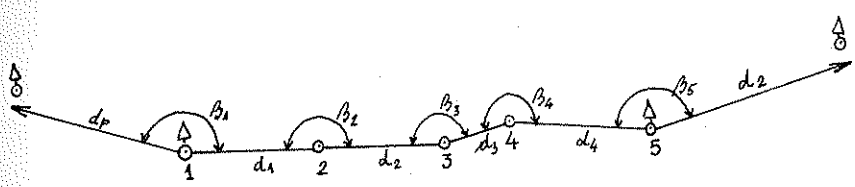
U skladu sa naprijed iznijetim o izjednačenju uglova u poligonom vlaku sa približno jednakim dužinama poligonih strana, razmotrićemo u nastavku i slučaj kada u vlaku imamo različite dužine poligonih strana. U praksi se upravo i najčešće dogadja da i pored najveće želje da postignemo ujednačene, terenske prilike nas prisiljavaju na različite, a vrlo često i veoma različite veličine ovih dužina.

Pretpostavićemo kao i u prednjem slučaju da su greške u veličinama mjerenih uglova nastale usljed lošeg centrisanja, odnosno viziranja, i stavićemo da je greška centrisanja pojedinog pravca mjerenog ugla jednaka Δ_o. Uz pretpostavku da su sve ove greške istog predznaka, njihov uticaj na veličinu mjerenog ugla odraziće se sumom grešaka mjerenja pojedinih pravaca, čije ćemo veličine dobiti po formuli:

$V'' = \frac{\Delta o}{d} \cdot \rho''$, gdje je V'' = uglovna greška pravca

Δo = greška centrisanja, d = dužina pravca.

Analizirajući uticaj ovih grešaka u vlaku sa različitim dužinama, slijedi da će svakom mjerenom uglu biti potrebno dodati popravku koja će biti jednaka sumi popravaka susjednih pravaca, koji čine dotični ugao. Prema tome, prema slici 3 imaćemo da je:



Sl. 3.

$$\beta_1 = \beta'_1 + V_1$$
$$\beta_2 = \beta'_2 + V_2$$
$$\beta_3 = \beta'_3 + V_3$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Gdje je: $V_1 = \frac{\Delta o}{d_p} \cdot \rho + \frac{\Delta o}{d_1} \cdot \rho$

Odnosno: $V_1 = \Delta o \cdot \rho \left(\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_1}\right)$

$$V_2 = \Delta o \cdot \rho \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)$$

$$V_3 = \Delta o \cdot \rho \left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Stavimo li da je:

$\left(\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_1}\right) = P_1$ = težina greške V_1

$\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right) = P_2$ = težina greške V_2

i td.

a zatim da je: $\Delta o \cdot \rho = V_o$

Biće:

$$V_1 = V_o \cdot P_1$$
$$V_2 = V_o \cdot P_2$$
$$V_3 = V_o \cdot P_3$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

i td., pa ako ove veličine V saberemo, njihov zbir treba da bude jednak veličini uglovnog odstupanja $f\beta$ u vlaku, tj. biće:

$$f\beta = [V] = V_o \cdot [P]$$

a odavde:

$$V_o = \frac{f\beta}{[P]}$$

Primjer:

d_p = 1000 m = 10 hm, $1/d_p$ = 0,1

d_1 = 250 m = 2,5 hm, $1/d_1$ = 0,4 P_1 = 0,5 $f\beta = +60''$

d_2 = 100 m = 1,0 hm, $1/d_2$ = 1,0 P_2 = 1,4

d_3 = 50 m = 0,5 hm, $1/d_3$ = 2,0 P_3 = 3,0 $V_o = \frac{f\beta}{[P]}$

d_4 = 150 m = 1,5 hm, $1/d_4$ = 0,73 P_4 = 2,73

d_z = 2000 m = 20,0 hm, $1/d_z$ = 0,05 P_5 = 0,78 $V_o = \frac{+60''}{8,41}$

$[P] = 8,41$ $V_o = +7,13''$

Popravke uglova biće:

$V_1 = +7,13 \cdot 0,5 = +\ 3,6''$

$V_2 = +7,13 \cdot 1,4 = +10,0''$

$V_3 = +7,13 \cdot 3,0 = +21,4''$

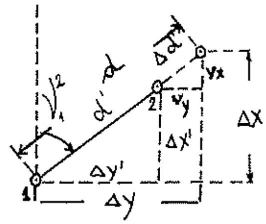
$V_4 = +7,13 \cdot 2,73 = +19,5''$

$V_5 = +7,13 \cdot 0,78 = +\ 5,7''$

$[V] = f\beta = \ldots\ldots\ldots +60,0''$

Izravnavanje dužina - koordinatnih razlika

Pošto smo izvršili izravnanje uglova i sračunali smjerne kutove poligonih strana, prelazimo na računanje koordinatnih razlika tačaka poligonog vlaka. Nastala neslaganja koja se pri tome pojave, tj. pojavu veličina f_y i f_x smatramo obično kao rezultat grešaka u dužinama poligonih strana u vlaku. Ovo ima i svog osnova, jer ako smo već izravnali uglove i time otklonili greške njihovog mjerenja, samim time imamo razloga da vjerujemo da smo otklonili i uticaj tih grešaka na veličine koordinatnih razlika. Prema tome, pojava veličine f_y i f_x trebalo bi, stvarno, da predstavlja rezultat grešaka dužina. Medjutim, u mnogo slučajeva to nije slučaj. Loše, odnosno nepravilno izravnati uglovi sadrže i dalje izvjesne greške, koje se odražavaju na veličinama odstupanja koordinatnih razlika zajedno sa greškama dužina. Kod ispruženih vlakova moguće je uticaj zaostalih uglovnih grešaka utvrditi i tzv. strogim izravnanjem otkloniti, dok kod izlomljenih vlakova to nije moguće. Ovdje, medjutim, i nije riječ o strogoj metodi izravnavanja, niti je namjera ovog izlaganja upuštanje u principe izravnavanja po toj metodi. Ovo izlaganje odnosi se isključivo na prostu metodu izravnavanja koordinatnih razlika s obzirom na greške u dužinama, pretpostavljajući da su uglovi dobro izravnati i da je uticaj uglovnih grešaka na koordinatne razlike samim time i otklonjen.



Sl. 4.

Iz slike 4 slijedi da je:

$$\Delta y = d \cdot \sin\nu \qquad \Delta x = d \cdot \cos\nu$$

$$d = d' + \Delta d'$$

Pa je:

$$\Delta y = (d' + \Delta d') \cdot \sin\nu, \quad \Delta x = (d' + \Delta d') \cdot \cos\nu \quad \text{ili}$$

$$\Delta y = d' \cdot \sin\nu + \Delta d' \cdot \sin\nu, \quad \Delta x = d' \cdot \cos\nu + \Delta d' \cdot \cos\nu$$

Stavimo li da je:

$$d' \cdot \sin\nu = \Delta y', \text{ a } \quad d' \cdot \cos\nu = \Delta x' \quad \text{i}$$

$$d' \cdot \sin\nu = V_y, \text{ a } \quad \Delta d' \cdot \cos\nu = V_x$$

dobićemo da je:

$$\Delta y = \Delta y' + V_y, \text{ a } \quad \Delta x = \Delta x' + V_x$$

gdje su izrazi: $\Delta y'$ i $\Delta x'$ koordinatne razlike dobivene sa mjerenim dužinama d', a V_y i V_x popravke koordinatnih razlika zbog grešaka d' mjerenih dužina.

Stavimo li, zatim, u izrazima za V_y i Vx da su greške u dužinama jednake izrazu: $\Delta d' = m_o \cdot d'$ gdje m_o predstavlja grešku mjerene dužine na 1 metar, i ovaj uvrstimo u izraze za Vy i Vx, dobićemo da je:

$$V_y = m_o \cdot d' \cdot \sin\nu, \quad \text{a} \quad V_x = m_o \cdot d' \cdot \cos\nu$$

Primijenimo li ove izraze za Vy i Vx - za izravnavanje ispruženog vlaka, kod koga možemo smatrati da su nagibi svih poligonih strana približno jednaki, tj. da je:

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \ldots\ldots\ldots \nu_n = \nu$$

biće:

$$V_{y1} = m_o \cdot \sin\nu \cdot d_1' \qquad V_{x1} = m_o \cdot \cos\nu \cdot d_1'$$

$$V_{y2} = m_o \cdot \sin\nu \cdot d_2' \qquad V_{x2} = m_o \cdot \cos\nu \cdot d_2'$$

$$V_{y3} = m_o \cdot \sin\nu \cdot d_3' \qquad V_{x3} = m_o \cdot \cos\nu \cdot d_3'$$

$$V_{yn} = m_o \cdot \sin\nu \cdot d_n' \qquad V_{xn} = m_o \cdot \cos\nu \cdot d_n'$$

Iz ovih izraza za popravke V_y i V_x vidi se da se pojavljuju konstantne veličine $m_o \cdot \sin\nu$ i $m_o \cdot \cos\nu$, koje predstavljaju popravke koordinatnih razlika na jedinicu dužine poligonih strana, odnosno, da su veličine popravaka koordinatnih razlika direktno proporcionalne dužinama poligonih strana u vlaku. Otud i dolazi do izravnanja ovih koordinatnih razlika - kod ispruženih vlakova - proporcionalno dužinama, što je jasno vidljivo iz slijedećeg:

Stavimo li da je:

$$m_o \cdot \sin\nu = V_{yo}, \qquad m_o \cdot \cos\nu = V_{xo}$$

dobićemo da je:

$$V_{y1} = V_{yo} \cdot d_1' \qquad V_{x1} = V_{xo} \cdot d_1'$$

$$V_{y2} = V_{yo} \cdot d_2' \qquad V_{x2} = V_{xo} \cdot d_2'$$

$$V_{y3} = V_{yo} \cdot d_3' \qquad V_{x3} = V_{xo} \cdot d_3'$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$V_{yn} = V_{yo} \cdot d_n' \qquad V_{xn} = V_{xo} \cdot d_n'$$

Saberemo li ove jednačine dobićemo da je:

$$f_y = [V_y] = V_{yo} \cdot [d], \quad [V_x] = V_{xo} \cdot [d] = f_x$$

a odavde:

$$V_{yo} = \frac{f_y}{[d]}, \qquad V_{xo} = \frac{f_x}{[d]}$$

Medjutim, poligoni vlakovi su najčešće izlomljeni, a ponekad ih nije ni moguće i pored najbolje volje provesti ispružene. Nagibi poligonih strana izlomljenih vlakova su različiti, pa prema tome, prednji način izravnavanja za ove vlakove ne odgovara i, jednom riječi, pogrešan je, te može samo još više da pokvari mjerene podatke.

Da bismo dobili ispravne popravke koordinatnih razlika izlomljenog poligonog vlaka poći ćemo ponovo od jednadžbi popravaka:

$$V_{y1} = m_o \cdot d_1' \cdot \sin\nu_1 \qquad V_{x1} = m_o \cdot d_1' \cdot \cos\nu_1$$

$$V_{y2} = m_o \cdot d_2' \cdot \sin\nu_2 \qquad V_{x2} = m_o \cdot d_2' \cdot \cos\nu_2$$

i td.

Zamijenimo li u ovim jednačinama izraze $d \cdot \sin\nu$ i $d \cdot \cos\nu$ sa odgovarajućim vrijednostima, tj. stavimo li da je:

$d_1' \cdot \sin\nu_1 = \Delta y_1'$ $\quad d_1' \cdot \cos\nu_1 = \Delta x_1'$

$d_1' \cdot \sin\nu_1 = \Delta y_1'$ $\quad d_1' \cdot \cos\nu_1 = \Delta x_1'$

i td.

dobićemo jednačine popravaka čije će veličine biti u direktnoj zavisnosti od veličina koordinatnih razlika, tj. biće:

$$V_{y1} = m_o \cdot \Delta y_1' \qquad V_{x1} = m_o \cdot \Delta x_1'$$
$$V_{y2} = m_o \cdot \Delta y_2' \qquad V_{x2} = m_o \cdot \Delta x_2'$$
$$V_{y3} = m_o \cdot \Delta y_3' \qquad V_{x3} = m_o \cdot \Delta x_3'$$
$$\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots$$
$$V_{yn} = m_o \cdot \Delta y_n' \qquad V_{xn} = m_o \cdot \Delta x_n'$$

Zbir ovih jednačina daće nam:

$$[V_y] = m_o \cdot [\Delta y] = f_y, \qquad [V_x] = m_o \cdot [\Delta x] = f_x$$

a zatim:

$$m_o = \frac{f_y}{[\Delta Y]} \quad \text{i} \quad m_o = \frac{f_x}{[\Delta X]}$$

Veličina m_o u prednjim izrazima predstavlja grešku jedinice dužine poligonih strana i, ukoliko je vlak oslobodjen grešaka prelomnih i veznih uglova, ova veličina računata po jednoj ili drugoj koordinatnoj osi treba da ima istu vrijednost. U protivnom znak je da uglovi u vlaku nisu dobro izravnati. Veličinu m_o treba računati uzimajući u obzir sumu relativnih vrijednosti koordinatnih razlika ΔY i ΔX.

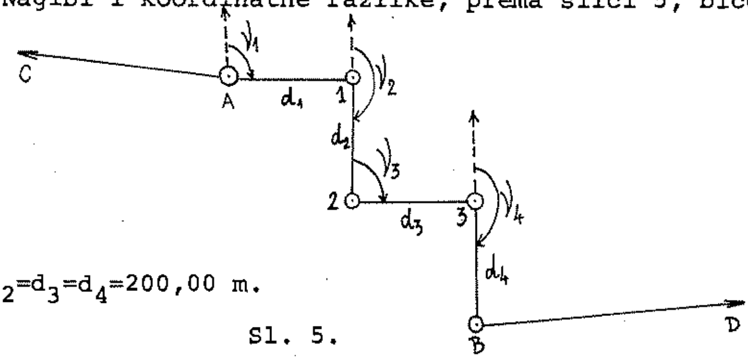
Istovremeno, ova veličina m_o predstavlja jediničnu grešku koordinatnih razlika po jednoj i drugoj koordinatnoj osi i u idealnom slučaju predstavlja jedinstvenu vrijednost za obadvije koordinatne razlike.

Kao što se iz prednjih jednačina vidi, ispravne popravke koordinatnih razlika zbog grešaka u dužinama poligonih strana stoje u direktnoj zavisnosti i direktno su proporcionalne sa veličinama koordinatnih razlika, a ne dužina poligonih strana u vlaku. Ovaj princip izravnanja i odredjivanja veličina popravaka po prostoj metodi izravnanja koordinatnih razlika - važi kao općenit za sve oblike vlakova, ispružene i izlomljene, bez obzira na veličine prelomnih uglova.

Iz naprijed navedenog izlaganja, samo po sebi nameće se pitanje: - čemu izravnavanje po dužinama uopće i u čemu je njegova vrijednost ili prednost nad izravnanjem po koordinatnim razlikama, kada se jasno vidi da je pogrešno, a sa praktične strane ništa ekonomski efektnije od izravnanja po koordinatnim razlikama?! Taj postupak izravnanja trebalo bi potpuno i u principu odbaciti, bez obzira koja se tačnost od izravnanja traži, jer se njime svjesno čine greške u odredjivanju veličina popravaka, koje u nekim slučajevima mogu biti totalno nelogične. Nažalost, u Pravilniku o premjeru nigdje se ne spominje izravnanje po koordinatnim razlikama. U poglavlju na str.225, koje govori o izravnanju koordinatnih razlika u poligonim vlacima, pod čl.5, st.1, izričito stoji: "Po prostoj metodi izravnavaju se: a) svi jače iskrivljeni vlaci, b).... itd.", a na strani 226, pod istim članom, stav 2, stoji: "Izravnanje koordinatnih razlika po prostoj metodi sprovodi se tako da se odstupanja f_y i f_x raspodjeljuju proporcionalno dužinama poligonih strana, tj. po formulama:"

$$V_y = \frac{f_y}{[d]} \cdot d_n \quad i \quad V_x = \frac{f_x}{[d]} \cdot d_n$$

I, dok se kod izravnanja ispruženih i blago iskrivljenih vlakova govori o načinu mjerenja uglova i dužina, za izlomljene vlakove se ne postavlja nikakav uslov, što znači da se svi izlomljeni vlaci, bez obzira na način i tačnost mjerenja, izravnavaju - po prostoj metodi. Kolika se greška pri tome čini vidi se najbolje iz slijedećeg primjera. Neka nam za to posluži drastičan primjer izlomljenog vlaka, kod koga su prelomni uglovi, a takodjer i nagibi poligonih strana jednaki 90°, odnosno 270°, neka su dužine sve iste i jednake 200 m i neka su odstupanja: f_y = +20 cm i f_x=-20 cm. Nagibi i koordinatne razlike, prema slici 5, biće:



$d_1=d_2=d_3=d_4$=200,00 m.

Sl. 5.

ν_1 = 90° 00′00″	$\Delta y_1'$ = +200,00 m	$\Delta x_1'$ = ± 0,00 m
ν_2 = 180 00 00	$\Delta y_2'$ = ± 0,00 m	$\Delta x_2'$ = -200,00 m
ν_3 = 90 00 00	$\Delta y_3'$ = +200,00 m	$\Delta x_3'$ = ± 0,00 m
ν_4 = 180 00 00	$\Delta y_4'$ = 0,00 m	$\Delta x_4'$ = -200,00 m
	$[\Delta Y']$= +400,00 m	$[\Delta X]'$ = -400,00 m
	Treba: +400,20 m	-400,20 m
	f_y = + 0,20 m	f_x = - 0,20 m

Popravke koordinatnih razlika biće:

a) - izravnanjem po dužinama: $V_y = \frac{f_y}{[d]} \cdot d = \ldots\ldots = +5$ cm

- jednake za sve koordinatne razlike - $V_x = \frac{f_x}{[d]} \cdot d = \ldots\ldots = -5$ cm

b) - izravnanjem po koordinatnim razlikama:

$V_y = \frac{f_y}{[\Delta Y]} \cdot \Delta Y$

$V_x = \frac{f_x}{[\Delta X]} \cdot \Delta X$

$V_{y1} = +10$ cm $\quad V_{x1} = \pm 00$ cm

$V_{y2} = \pm 00$ cm $\quad V_{x2} = -10$ cm

$V_{y3} = +10$ cm $\quad V_{x3} = \pm 00$ cm

$V_{y4} = \pm 00$ cm $\quad V_{x4} = -10$ cm

$f_y = [V_y] = +20$ cm $\quad [V_x] = -20$ cm $= f_x$

Ovaj primjer očito pokazuje da je jedino ispravno izravnanje po koordinatnim razlikama. Stručnjak koji bi se pridržavao Pravilnika ispravio bi računski ovaj vlak u ispružen i izravnao proporcionalno dužinama, no time bi napravio samo uzaludan posao i opet bi za tačke 1 i 3 pogrešno odredio popravke. Pridržavajući se izravnanja po koordinatnim razlikama nema potrebe za ispravljanjem izlomljenih vlakova, jer se time ništa ne dobiva i samo se uzalud gubi dragocijeno vrijeme, pa bi i to nepotrebno - računsko ispravljanje vlakova trebalo izbaciti iz prakse i vlakove računati onako kako su na terenu postavljeni.

Na kraju želim napomenuti da ovo izlaganje ne predstavlja neku naučnu studiju, nego samo moj lični komentar o izravnanju poligone mreže prostom metodom, koji bi mogao da posluži kao povod za diskusiju i eventualne izmjene Pravilnika po ovom pitanju.